ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ

Алероева Х. Т., Алероев М. Т.

Московский технический университет связи и информатики

Работа посвящена спектральному анализу матриц $T_n(\varepsilon)$ вида

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{n-3}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \end{pmatrix},$$

которые возникают при изучении краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка. Эти матрицы были изучены в работе [1] (см. так же цитируемую там литературу).

Пусть $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ - собственные числа симметричной матрицы $T_n(0)$, $P_j(\varepsilon)$ - риссовский проектор, отвечающий $\lambda_j \, (j = 1,2,...,n)$.

Лемма 1. $P_j(\varepsilon)$ непрерывен в равномерной (операторной) топологии.

Так как все собственные числа $T_n(0)$ простые, то из леммы 1 следует Теорема 1.

Теорема 1. Все собственные числа матрицы $T_n(\varepsilon)$ простые.

Так как $T_n(\varepsilon)$ стремится по равномерной норме к оператору $A_\rho^{[\rho,\rho]}$, где

$$A_\rho^{[\rho,\rho]}u = \frac{1}{\Gamma(\rho^{-1})}\left[\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{\rho}-1}u(t)dt - \int_0^1 x^{\frac{1}{\rho}-1}(1-t)^{\frac{1}{\rho}-1}u(t)dt\right], \text{ где } \rho = \frac{1}{2+\varepsilon}, 0<\rho<2,$$

то из теоремы 1 следует следствие 1.

Следствие 1. Все собственны значения оператора $A_\rho^{[\rho,\rho]}$, при $0<\rho<2$, простые.

Так как собственные числа оператора $A_\rho^{[\rho,\rho]}$ совпадают с нулями функции $E_\rho\left(\lambda, \frac{1}{\rho}\right)$ ($E_\rho\left(\lambda, \frac{1}{\rho}\right)$ -известная функция типа Миттаг-Леффлера), то все нули функции $E_\rho\left(\lambda, \frac{1}{\rho}\right)$ простые.

Литература

1. *Алероев М.Т., Алероева Х.Т.* Об одном классе осцилляционных матриц. – Тезисы восемнадцатой международной конференции «Математика. Компьютер. Образование» г. Пущино, 24 – 29 января 2011 г.