О ПОЛНОТЕ СИСТЕМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО НЕСАМОСОПРЯЖЕННОГО ОПЕРАТОРА

Алероев М. Т.

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет

В работе [1] было доказано, что все собственные числа матрицы $T_n(\varepsilon)$ вида

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon}-\left(\frac{n-3}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \end{pmatrix}$$

простые.

Из этого утверждения, в частности, следовало, что все собственные числа матрицы $T_n(\varepsilon)$ различны, поэтому матрица $T_n(\varepsilon)$ имеет N линейно независимых собственных векторов. Так как $T_n(\varepsilon)$ стремится по равномерной норме к оператору

$$A_\rho^{[\rho,\rho]}u = \frac{1}{\Gamma(\rho^{-1})}\left[\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{\rho}-1}u(t)dt - \int_0^1 x^{\frac{1}{\rho}-1}(1-t)^{\frac{1}{\rho}-1}u(t)dt\right], \text{ где } \rho = \frac{1}{2+\varepsilon}, 0<\rho<2,$$

то из сказанного следует, теорема 1.

Теорема 1. Система собственных функций оператора $A_\rho^{[\rho,\rho]}$ при $\rho > 0$, полна в L_2.

Отметим, что последние достижения в этом направлении можно найти в [2] (см. там цитируемую литературу). Далее, нами установлено, что при определенных α, β, γ система собственных функций оператора

$$A_\gamma^{[\alpha,\beta]}u(x) = \left[c_\alpha \int_0^x (x-t)^{\frac{1}{\alpha}-1}u(t)dt + c_{\beta,\gamma}\int_0^1 x^{\frac{1}{\beta}-1}(1-t)^{\frac{1}{\gamma}-1}u(t)dt\right], \text{ изученного в [3],}$$

образуют базис в L_2.

Литература

1. *Алероев М.Т., Алероева Х.Т.* Об одном классе осцилляционных матриц. – Тезисы восемнадцатой международной конференции «Математика. Компьютер. Образование» г. Пущино, 24 – 29 января 2011 г.

2. *A. V. Agibalova.* On the completeness of systems of eigenfunctions and associated functions of differential operators of orders (2 - ε) and (1 - ε). – Journal of Mathematical Sciences, vol. 174, No. 4, april 2011.

3. *Т. С. Алероев.* – Сибирский математический журнал, том. 46, №6, ноябрь-декабрь 2005.