МЕТОД ВОЗМОЖНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ БИМАТРИЧНЫХ ИГР.

Набатова Д.С.

ВГОБУ ВПО «Финансовый университет при правительстве Российской Федерации»,
Россия, 125499, Москва, Кронштадский бульвар, 37-Б, т. +7(495)4544234,
nabatova805@mail.ru

Современные задачи прикладной математики часто требуют применения более сложных моделей для оценки и принятия решений в конфликтных ситуациях, чем традиционные антагонистические игры. Для определенного круга задач такой моделью могут быть биматричные игры. Рассмотрим такую игру: $\Gamma = \{ I, X, Y, A, B \}$

I – множество игроков; X – множество стратегий 1 игрока, конечное число n; Y – множество стратегий 2 игрока, конечное число m; A и B - матрицы выигрышей, из которых можно получить значения платежей для каждого игрока. Размерность каждой матрицы $n \times m$ - определяет размерность задачи.

По аналогии с антагонистическими играми, ситуацию равновесия в такой игре можно найти как решение задачи математического программирования. Сформулируем постановку задачи в виде теоремы.

Терема. Для того чтобы пара векторов (x^*, y^*) из смешенного расширения игры Γ являлась ситуацией равновесия, необходимо и достаточно, чтобы для некоторых чисел p и q набор (x^*, y^*) представлял, собой решение следующей задачи:

найти $\max\ (x, Ay) + (x, By) - p - q$

при ограничениях $Ay \le pe,\ B^T x \le qf,\ x, y \ge 0,\ (x, e) = 1,\ (y, f) = 1$.

Круглые скобки рассматриваются как скалярное произведение, e и f векторы из единиц, соответствующей размерности. Аналогично тому, как это делается в антагонистических играх, можно избавиться от параметров p и q.

Данная задача – это задача квадратичного программирования с линейными ограничениями. В качестве метода решения можно предложить метод возможных направлений.

Идея метода: необходимо определить вектор возможного направления, такой, что значение целевой функции в направлении этого вектора не ухудшается, и оно не выводит за пределы допустимой области. Такой вектор можно получить из решения следующей задачи: $\nabla f(x)^T \cdot d$, $A_1 \cdot d \le 0$, $E \cdot d = 0$, $-1 \le d_j \le 1$, $j = 1...m+n$, где $f(x)$ - исходная функция, $x = (x_1, x_2, ..., x_{m+n})$, A_1 – матрица активных ограничений-неравенств в точке x, E – матрица активных ограничений-равенств в точке x. Получим задачу линейного программирования, решение которой может быть найдено с помощью симплекс-метода. Алгоритм метода возможных направлений для таких задач сходится за конечное число шагов. Рассматривается пример.