АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПРАВИЛЬНО МЕНЯЮЩИХСЯ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ РЕШЕНИЙ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мещерякова Ольга Валериевна

Одесский Национальный Университет имени И. И. Мечникова, Украина, Одесса, 65026, ул. Дворянская, 2, т. +380506414745, lokhart@rambler.ru

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$y'' = \alpha_0 f(t, y, y'), \tag{1}$$

в котором $\alpha_0 \in \{-1, 1\}$, $f : [a, \omega[^1 \times \Delta_{Y_0} \times \Delta_{Y_1} \to \mathbb{R}^+$— непрерывная функция, $Y_i \in \{0, \pm\infty\}$, $\Delta_{Y_i} = \begin{cases} \text{либо } [y_0^i; Y_i[, \\ \text{либо }]Y_i, y_0^i]^2 \end{cases}$ $(i = 0, 1)$. Кроме того, предполагается, что для любого отрезка $[a; b]$ $(0 < a \leq b)$

$$\lim_{\substack{z_0 \to Y_0 \\ z_0 \in \Delta_{Y_0}}} \frac{f(t, \lambda z_0, z_1)}{f(t, z_0, z_1)} = \lambda^{\sigma_0} \text{ равномерно по } \lambda \in [a; b], t \in [a, \omega[, z_1 \in \Delta_{Y_1},$$

$$\lim_{\substack{z_1 \to Y_1 \\ z_1 \in \Delta_{Y_1}}} \frac{f(t, z_0, \lambda z_1)}{f(t, z_0, z_1)} = \lambda^{\sigma_1} \text{ равномерно по } \lambda \in [a; b], t \in [a, \omega[, z_0 \in \Delta_{Y_0},$$

для любой функций L_i $(i = 0, 1)$, медленно меняющейся при $z_i \to Y_i, z_i \in \Delta_{Y_i}$ имеют место предельные соотношения

$$\lim_{\substack{z_0 \to Y_0 \\ z_0 \in \Delta_{Y_0}}} \frac{f(t, z_0 L_0(z_0), z_1)}{f(t, z_0, z_1)} = 1 \text{ равномерно по } t \in [a, \omega[, z_1 \in \Delta_{Y_1},$$

$$\lim_{\substack{z_1 \to Y_1 \\ z_1 \in \Delta_{Y_1}}} \frac{f(t, z_0, z_1 L_1(z_1))}{f(t, z_0, z_1)} = 1 \text{ равномерно по } t \in [a, \omega[, z_0 \in \Delta_{Y_0}.$$

Решение y уравнения (1) будем называть $P_\omega(Y_0, Y_1, \lambda_0)$- решением, если $y^{(i)} : [t, \omega[\to \Delta_{Y_i}$, $\lim\limits_{t \uparrow \omega} y^{(i)}(t) = Y_i$, $(i = 0, 1)$, $\lim\limits_{t \uparrow \omega} \dfrac{(y'(t))^2}{y''(t)\, y(t)} = \lambda_0$.

В данной работе получены необходимые и достаточные условия существования $P_\omega(\lambda_0)$- решений уравнения (1) в неособых случаях $\lambda_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Также установлены асимптотические представления при $t \uparrow \omega$ для таких решений и их производных.

---

[1]При $\omega > 0$ считаем, что $a > 0$.

[2]При $Y_i = +\infty (Y_i = -\infty)$ считаем $y_i^0 > 0$ $(y_i^0 < 0)$ соответственно.