РЕАЛИЗАЦИЯ ЦИКЛИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Белова Л.Ю.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
математический факультет, кафедра компьютерной безопасности ,
Россия, 150000, Ярославль, ул. Советская 14, т. (4852) 458073, электронный адрес:
luk1945@yandex.ru

Бинарные диофантовы уравнения второго порядка являются достаточно интересным объектом, допускающим, в принципе, полное описание всех решений. Однако это не легко реализовать практически. Ещё в монографии [2] был поставлен вопрос программной реализации получения общего решения диофантова уравнения второго порядка. Но до сих пор нелегко найти достаточно универсальную программу, которая произвольное диофантово уравнение второго порядка приводит к равносильному каноническому виду. Причина этого, очевидно, в том, что теория рекомендует в данном случае использовать метод Гаусса построения эквивалентных квадратичных форм, то есть, фактически, теорию квадратичных дивизоров, что нетривиально. Более реально поставить задачу получения одного или всех решений для некоторых частных видов уравнений. Самые популярные рекомендации даже для простейшего уравнения Пелля (уравнение от одного параметра) советуют использовать непрерывные дроби, хотя было бы интереснее проводить все действия в кольце целых рациональных чисел.

С учётом приведённых замечаний рассматривалась задача получения решений в некоторых классах уравнений в рамках какого-либо элементарного целочисленного метода. А именно, были рассмотрены уравнения от трёх параметров: $x^2+axy+by^2=m$ и $ax^2+by^2=m$, для получения решений которых применялся циклический метод.

Для данных видов уравнений получены элементарные теоретические оценки, то есть даётся конструктивный вариант теоремы о бесконечном спуске, позволяющий свести процесс поиска решений к конечному, хотя и большому, перебору. На основании этого получена программа генерации начального решения и бесконечной последовательности решений. Программа реализована с помощью системы «Математика» и, например, легко перекрывает таблицы, приведённые в книгах [1, 2]. При этом продвижение в область всё больших коэффициентов приводит, в целом, к умеренному росту решений, однако для некоторых исключительных уравнений даже минимальные решения являются тысячезначными числами и в некоторых случаях не достигаются. Система «Математика» была использована для реализации в силу своей эффективной подсистемы для работы с «длинной» арифметикой.

Литература

1. Боревич З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел М., Наука, 1972, 495 стр.
2. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. М., Мир, 1980, 484 стр.