

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА

Химий Б.В.

ФГБОУ ВПО МГТУ СТАНКИН, Россия, 127055, Москва, Вадковский пер., 1,
vnh90@mail.ru

Классический процесс Орнштейна-Уленбека с параметрами $\lambda > 0$ и $\sigma > 0$ при $x \in \mathbb{R}$ есть единственное сильное решение уравнения Ланжевена:

$$X_t = \xi - \lambda \int_0^t X_s ds + \sigma W_t, t \geq 0. \quad (1)$$

с начальным условием $\xi = x_0$. В общем случае в роли так называемого шумового члена W_t выступает винеровский процесс.

Решение уравнения (1) выражается почти наверное непрерывным Гауссовским марковским процессом

$$Y_t^{\frac{1}{2}, x} := e^{-\lambda t} \left(x + \sigma \int_0^t e^{\lambda u} dW \right), t \geq 0, \quad (2)$$

Для моделирования процесса Орнштейна-Уленбека в данной работе применялся метод Эйлера-Маруямы. Были получены траектории процесса (рис. 1), построены эмпирические 95% доверительные интервалы, их 0.25-квартиль и 0.75-квантиль (рис. 2), а также построено эмпирическое распределение процесса в конечный момент времени.

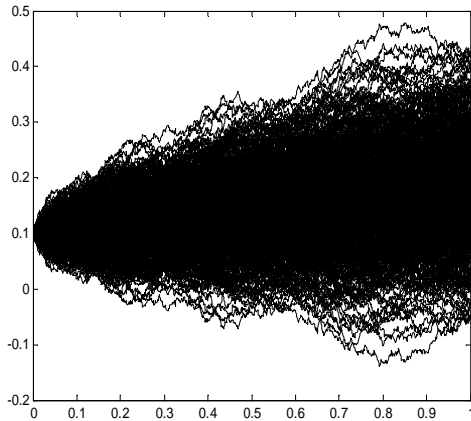


Рис.1

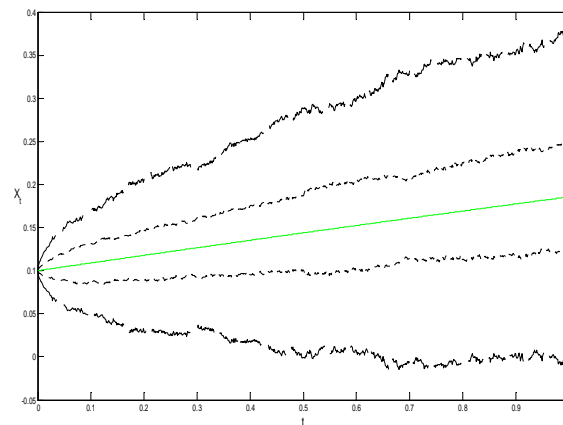


Рис.2

Построенный процесс оказывается полезным для различных финансовых приложений, например, в случае курсов валют или процентной ставки.

Литература

1. Cheridito, P.; Kawaguchi, H.; Maejima, M. Fractional Ornstein-Uhlenbeck processes.// Electron. J. Probab. Год 2003, номер 8, стр. 1-14.