О НОВЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПЕРЕД ПРОИЗВОДНЫМИ И ИХ УСТОЙЧИВОСТИ

Мазуров М.Е.

Московский государственный университет экономики, статистики, информатики
Россия, 119501, г. Москва, ул. Нежинская, 7; E–mail: mazurov37@mail.ru

Изучена устойчивость периодических решений неавтономных систем нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром перед производными

$$\boldsymbol{\varepsilon}\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{y},\boldsymbol{\beta}_1(\mathrm{t})),\ \frac{d\mathbf{y}}{dt}=\mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{y},\boldsymbol{\beta}_2(\mathrm{t})), \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}=(x_1,...,x_k)$, $\mathbf{y}=(y_1,...,y_l)$, $\mathbf{f}=(f_1,...,f_k)$, $\mathbf{g}=(g_1,...,g_l)$, $k+l=n$, $\boldsymbol{\beta}_1(\mathrm{t})=(\beta_1,...,\beta_k)$, $\boldsymbol{\beta}_2(\mathrm{t})=(\beta_{k+1},...,\beta_n)$ - внешнее периодическое воздействие с периодом T_c - импульсная функция $\beta_i(t)=U_i$ $t\in[t_1,t_2]$; $\beta_i(t)=0$, если $t\in[0,t_1)\vee t\in(t_2,T_0]$. Найдены новые периодические решения уравнения (1) для заданных соотношений m/n частот внешнего воздействия и периодического решения (1), названные видами периодических решений [1,2]. Классификация решений определяется областями синхронизации в пространстве параметров внешнего воздействия (например, областями в двумерном пространстве амплитуда - период).

Для исследования устойчивых периодических решений (1) не применимы ляпуновские методы, возможно использование их модификации- метода Флоке, Для исследования орбитальной устойчивости периодических решений используется вводимая специальным образом пороговая функция $\mathbf{p}(t)=\left(p_{1k}(t),p_{2k}(t),\dots,p_{nk}(t)\right)$ и метод функций последования Пуанкаре. Доказана теорема:

Теорема. Рассмотрим неавтономную систему нелинейных дифференциальных уравнений (1). Пусть определена пороговая функция $\mathbf{p}(t)=\left(p_{1k}(t),p_{2k}(t),\dots,p_{nk}(t)\right)$ $t\in[0,T_0]$. Пусть автономная система при $\boldsymbol{\beta}_1(t),\ \boldsymbol{\beta}_2(t)\equiv 0$ имеет устойчивое периодическое решение $\mathbf{x(t)}$, $\mathbf{x}(t+T_0)=\mathbf{x}(t)$. Тогда периодические решения неавтономного уравнения (1) $\mathbf{u_k}(t)=(u_{1k}(t),\ \dots\ ,\ u_{nk}(t))$ $k\in\{1,N_k\}$ с периодом $T=(m/n)T_c$, где N_k - натуральное число, равное числу медленных и быстрых фаз решения $\mathbf{x}(t)$, устойчивы при условии $|mT_c-nT_0|\le\varepsilon_{ik}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{ik}=p_{ik}^{-1}(U_{ik})$.

Доказана теорема о неустойчивости решений (1), если внешнее воздействие $\boldsymbol{\beta}_1(t),\ \boldsymbol{\beta}_2(t)$ приводит к изменению только нейтрально-устойчивой переменной.

Литература

1..*Мазуров М.Е.* Минск. Дифференциальные уравнения. Т. 47. № 8. 2011, С. 1210-1211
2.*Мазуров М.Е.* ДАН. Т. 42. № 1. 2012, С. 1-4