

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРАПИИ ОСТРОЙ МИЕЛОИДНОЙ ЛЕЙКЕМИИ

Тодоров Й.Т., Братусь А.С.¹, Гончаров А.С.

Mannheim University of Applied Sciences, Paul-Wittsack-Str. 10, 68163 Mannheim, Germany

¹Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, Факультет Вычислительной математики и кибернетики, Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, 1, E-mail: applmath1miit@yandex.ru, agon1@mail.ru

Лейкемия это рак крови или костного мозга, который характеризуется бесконтрольной пролиферацией кроветворных клеток и замещением раковыми клетками нормальных.

В данной работе представлен анализ математической модели лейкемии, описанной в [2], но с нелинейным характером соревнования между нормальными и лейкоцитарными клетками, обоснованным в [1], и учетом фазовых ограничений. Нелинейный характер взаимодействия объясняется тем, что при значительном увеличении количества нормальных клеток лейкоцитарные влияют только на пропорциональное своему числу количество нормальных клеток. При этом предполагается на основании эмпирических данных, что размножение клеток обоих типов происходит по закону Гомперца, а лекарство убивает не только лейкоцитарные клетки, но и нормальные. При этом в модели имеется отдельное уравнение на концентрацию лекарства в организме, которое ограничено сверху некоторой константой для обеспечения безвредности терапии для больного. Влияние лекарства на нормальные и лейкоцитарные клетки описывается функцией терапии, причем функция влияния терапии на здоровые клетки является строго монотонной, а на больные немонотонной функцией с единственной точкой максимума из-за устойчивости больных клеток к лекарству. Управление определяет скорость введения лекарства.

Была поставлена задача управления концентрацией лекарства с целью минимизировать количество лейкоцитарных клеток с учетом фазовых ограничений вида $N > N_{min}$, где N_{min} — минимальное допустимое количество нормальных клеток. Поставленная задача была решена с помощью принципа максимума Понтрягина и метода штрафов.

Литература.

1. А. С. Братусь, А. С. Новожилков, А. П. Платонов Динамические системы и модели биологии. — ФИЗМАТЛИТ, 2010. 398 стр.
2. A. S. Bratus, E. Fimmel, F. Nurnberg, Y. Todorov On strategies in mathematical model for leukemia therapy// *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, **12**, 5, 2011.