СИСТЕМА ДВУХ СЛАБО СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ХАТЧИНСОНА В ЗАДАЧАХ ЭКОЛОГИИ И ЭКОНОМИКИ

Глызин С.Д., Романовский Ю.М.[1]

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14, E-mail: glyzin.s@gmail.com
[1]МГУ им. М.В.Ломоносова, Физический факультет, 119991, Москва, Ленинские горы,
E-mail: yuromanovsky@yandex.ru

Рассматривается система близких диффузионно связанных уравнений Хатчинсона

$$\begin{aligned} \dot N_1 &= r_1\left[1-N_1(t-h_1)\right]N_1 + D_1(N_2-N_1),\\ \dot N_2 &= r_2\left[1-N_2(t-h_2)\right]N_2 + D_2(N_1-N_2), \end{aligned} \tag{1}$$

в предположении, что $r_1=\pi/2+\varepsilon,\ r_2=\pi/2+\alpha\varepsilon$, где $0<\varepsilon\ll 1$ – малый параметр, $\alpha>0$ – некоторый параметр, определяющий степень близости осцилляторов, $h_1=h_2=1$, $D_1=D_2=\varepsilon d$. В данной ситуации у задачи (1) при $\varepsilon=0$ в спектре устойчивости состояния равновесия $N_1=N_2=1$ имеется две совпадающий пары чисто мнимых корней $\pm i\pi/2$. Стандартная замена Пуанкаре–Боголюбова–Митропольского

$$N_j(t,\varepsilon)=1+\sqrt{\varepsilon}u_{0j}(t,s)+\varepsilon u_{1j}(t,s)+\varepsilon^{3/2}u_{1j}(t,s)+\ldots,\ j=1,2, \tag{2}$$

где $s=\varepsilon t$ – медленное время, $u_{0j}(t,s)=z_j(s)\exp(i\pi t/2)+\bar z_j(s)\exp(-i\pi t/2)$, а слагаемые $u_{1j}(t,s),\ u_{2j}(t,s)$ отыскиваются в классе 4-периодических по *t* функций, приводит на третьем шаге применения алгоритма к нормальной форме для медленных комплексных амплитуд $z_j(s)$

$$\begin{aligned} z_1'\cdot(1+i\pi/2) &= iz_1+\pi(-1+3i)|z_1|^2 z_1/5 + d(z_2-z_1),\\ z_2'\cdot(1+i\pi/2) &= i\alpha z_2+\pi(-1+3i)|z_2|^2 z_2/5 + d(z_1-z_2). \end{aligned} \tag{3}$$

Относительно асимптотически устойчивых или дихотомичных состояний равновесия, циклов или торов системы (3) выполнено стандартное утверждение о соответствии, на основе которого с помощью замены (2) им при достаточно малых ε можно сопоставить циклы и торы исходной системы (1) той же устойчивости. Анализ (3) показал, что могут быть найдены такие критические значения $0<d_1(\alpha)<d_2(\alpha)$ параметра *d*, что при $d>d_2(\alpha)$ и при $0<d<d_1(\alpha)$ система (3), а значит и исходная система (1), имеет синхронные периодические колебательные режимы, амплитуды которых для первой и второй компоненты различны, а разность фаз постоянна.

С помощью машинного моделирования определена полоса синхронизации, соответствующая аналитическим оценкам. Модель учитывает внутривидовую борьбу за общие ресурсы между двумя поколениями популяции и взаимодействие двух изолированных популяций. В экономике роль задержки играет время смены поколения активов, технологии и т.д., а параметр *r* характеризует скорость прироста валового продукта, участвующего в системном обмене.