

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С КОНЕЧНЫМ МНОЖЕСТВОМ СОСТОЯНИЙ И ЭРЛАНГОВСКИМ ВРЕМЕНЕМ ПРЕБЫВАНИЯ

Горицкий Ю.А., Казаков В.А.

Москва, МЭИ(ТУ)

Мехико, Национальный политехнический ин-т

Задача дискретизации и восстановления реализаций непрерывных случайных процессов анализируется в обширной литературе. Описание процедур дискретизации разрывных (в частности, кусочно-постоянных) процессов представлено крайне слабо.

Предполагается, что нет возможности наблюдать процесс непрерывно, можно лишь измерять его значения в дискретные моменты, которые необходимо определять. В очередной момент все предыдущие результаты измерения известны. В этот момент необходимо выполнить следующие действия:

1) при дискретизации: найти временной интервал, определяющий следующий момент измерения так, чтобы вероятность пропуска следующего состояния не должна превышать заданный уровень.

2) при восстановления: при неравенстве двух соседних измерений оценить момент перехода с минимальной дисперсией и указать дисперсию оценки.

Для марковских процессов, где время пребывания подчиняется показательному закону распределения, процедура описана в [4]. Однако, для показательного распределения среднее значение и стандартное отклонение совпадают. При практическом использовании, при выборе моделей, последнее обстоятельство оказывается ограничительным. Если же распределение не показательное, то процесс не марковский, и решение задачи существенно усложняется. Трудность состоит в том, что распределение следующего момента перехода зависит от предыдущего.

В работе время пребывания в состоянии предполагается распределенным по закону Эрланга. Используется представление времени пребывания суммой показательных случайных величин. Это приводит к рассмотрению двумерного марковского процесса, одна из компонент которого наблюдается, а для второй можно рекуррентно пересчитывать распределение на множестве состояний, используя основное соотношение для условных марковских процессов.

Получены формулы для: апостериорного распределения момента перехода. Оценкой момента перехода является математическое ожидание условного распределения, а ошибка при восстановлении определяется дисперсией этого распределения. Выведены формулы для вероятности пропуска состояния и для интервала дискретизации.

Процедуры нетрудно реализуемы, они сводятся к вычислениям значений вырожденной гипергеометрической функции. Зависимости интервала дискретизации от состояния и времени пребывания могут быть рассчитаны заранее, и храниться в памяти вычислителя. Рассчитаны примеры влияния параметров процесса на параметры процедур. Приведен иллюстрирующий пример.

Список литературы.

1. Козленко Н.И. Помехоустойчивость дискретной передачи непрерывных сообщений. М. Радиотехника, 2004.
2. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. Изд. МГУ, 1966.
3. Хазен Э.М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. Сов.Радио. М. 1968.
4. Горицкий Ю.А., Казаков В.А. Дискретизация и восстановление марковских процессов с конечным множеством состояний // Изв. РАН. ТисУ. 2010. № 1. С. 10-15.