ЗАМЕЧАНИЯ ОБ АВТОМОРФИЗМАХ СИСТЕМ ВЕКТОРНОГО СЛОЖЕНИЯ

Белов Ю.А.

ЯрГУ им. П.Г. Демидова, кафедра теоретической информатики, Россия, 150000, Ярославль, ул. Советская, 14, т. (4852) 458073, belov45@yandex.ru

Определения. Пусть N={0, 1, 2, 3, …} множество натуральных чисел (с нулём).

Система D векторного сложения размерности r определяется тремя множествами: D=<S, T, L>. Здесь $S= N^r$ -- множество состояний системы, вектор $s \in S$ указывает «распределение ресурсов по позициям {1, 2, … r}, (отзвук экономической интерпретации)» и определяет «состояние системы». T – конечное множество переходов, L – конечное множество «меток, имён, действий» переходов. Каждый переход t есть пара векторов in – «вектор потребляемых ресурсов» и out – «вектор производимых ресурсов», кроме того, каждому переходу приписана метка $l(t) \in L$. Переход $t=(in, out) \in T$ называется активным в данном состоянии $s \in S$, если $s \geq in$ при покомпонентном сравнении, то есть, если $s - in \in N^r$. Это означает, что в данном состоянии s количество ресурсов в каждой позиции не меньше, чем потребляет переход. Срабатывать могут только переходы, активные в данном состоянии. В результате срабатывания активного перехода t состояние s системы меняется на новое состояние s' по правилу: s'=s--in+out. Срабатывание активного перехода t обозначается так: $s \xrightarrow{l} s'$ и говорят, что «под действием перехода t система из состояния s перешла в состояние s' и переход сопровождался действием l(t)».

Идейно близкое понятие -- группа автоморфизмов моделей Крипке изучалась в [1]. Для систем она определяется аналогично.

Говорят, что имеется автоморфное отображение системы D на себя, если существует биекция $\alpha : S \rightarrow S$ состояний такая, что $\forall$ s, $s' \in S$ $s \xrightarrow{l} s'$ тогда и только тогда, когда $\alpha(s) \xrightarrow{l} \alpha(s')$. Здесь над переходами указаны метки, чтобы подчеркнуть, что соответствующие переходы в D задают одинаковые действия.

Автоморфизм означает, что из состояния s и состояния α (s) можно получить одинаковую последовательность действий, то есть эти состояния в некотором смысле равносильны.

Если автоморфизм α кроме того, сохраняет порядок, то есть $x \leq y$ в S тогда и только тогда, когда $\alpha(x) \leq \alpha(y)$ в S, он называется монотонным.

Результаты.

Теорема 1. Группа Autm(D) всех монотонных автоморфизмов произвольной системы D конечна и изоморфна некоторой подгруппе симметрической группы порядка r.

В то же время группа всех автоморфизмов системы может быть бесконечной.

Теорема 2. Для всякой счётной группы G имеется такая система D, что G изоморфно вкладывается в группу Aut(D).

Литература

1. Э.М. Кларк мл., О. Грамберг, Д. Пелед Верификация моделей программ М., 2002, 414 стр.