ПРИЛОЖЕНИЕ ПОНЯТИЯ “МАТРИЦА” ПРИ СОЗДАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Изворска Д. И.

(Болгария, Габрово)

Переход плановой экономики к рыночным отношениям и введение новых технологий во все сферы общественной жизни налаживают изменения в образовательной системе. Необходимо, чтобы она модернизировалась, для этого нужно обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, изменить его структуру и управление. Вот почему изучение фундаментальных дисциплин, таких как математика, должно быть тесно связано с изучением специальных дисциплин, определяющих облик специальности.

В работе показана межпредметная связь между некоторыми разделами курса лекций по высшей математике (линейная алгебра) и экономическими учебными дисциплинами. Рассмотрены некоторые экономические задачи, такие как задача распределения ресурсов, задача формирования рациона питания, диеты и меню с помощью программного продукта “Maple”

Задача 1. Фирма планирует свою производственную деятельность на очередной период. В свою производственную деятельность она включает три изделия — А, Б и В. Определяющими ресурсами являются Р1, Р2 и Р3. Потребление ресурсов на выработку единицы готового изделия (расходуемые нормы производственного процесса) приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Ресурсы	Изделия		
	А	Б	В
Р1	8	6	2
Р2	3	4	6
Р3	2	1	3

Фирма имеет заказ 50 единиц изделия А, 40 единиц изделия Б и 20 единиц изделия В. Известно, что стоимость единицы каждого из ресурсов составляет 5, 7 и 8 условных единиц, соответственно.

Определить какую сумму нужно предвидеть фирме при закупке ресурсов.

Комментарий: В условии задачи содержится информация о двух компонентах: ресурсах и изделиях. Для лучшего понимания связей построим математическую модель экономической задачи о распределении ресурсов.

В строках матрицы запишем величины потребностей в каждом из ресурсов, а в столбцах — количество ресурсов, необходимое для производства каждого изделия:

$$M = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

В случае, если строки связать с продукцией, а столбцы — с ресурсами, то получим матрицу N:

$$N = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 6 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Матрицы M и N принято называть ***матрицами расходуемых норм*** или ***технологическими матрицами***.

Объем производства трех продуктов на будущий период представим как элементы матицы-столбца С, называемой ***матрицей производства*** или ***производственной программой:***

$$C = \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix}$$

50 — объем заказа на изделие А
40 — объем заказа на изделие Б
20 — объем заказа на изделие В

Матрицу ресурсного обеспечения D получим как произведение матриц A и C: $D = MC$

Для вычислений воспользуемся программным продуктом Maple.

```
>with(linalg);
```

[*BlockDiagonal, GramSchmidt, JordanBlock, LUdecomp, QRdecomp, Wronskian, addcol, addrow, adj, adjoint, angle, augment, backsub, band, basis, bezout, blockmatrix, charmat, charpoly, cholesky, col, coldim, colspace, colspan, companion, concat, cond, copyinto, crossprod, curl, definite, delcols, delrows, det, diag, diverge, dotprod, eigenvals, eigenvalues, eigenvectors, eigenvects,*

entermatrix, equal, exponential, extend, ffgausselim, fibonacci, forwardsub, frobenius, gausselim, gaussjord, geneqns, genmatrix, grad, hadamard, hermite, hessian, hilbert, htranspose, ihermite, indexfunc, innerprod, intbasis, inverse, ismith, issimilar, iszero, jacobian, jordan, kernel, laplacian, leastsqrs, linsolve, matadd, matrix, minor, minpoly, mulcol, mulrow, multiply, norm, normalize,

nullspace, orthog, permanent, pivot, potential, randmatrix, randvector, rank, ratform, row, rowdim, rowspace, rowspan, rref, scalarmul, singularvals, smith, stackmatrix, submatrix, subvector, sumbasis, swapcol, swaprow, sylvester, toeplitz, trace, transpose, vandermonde, vecpotent, vectdim, vector, wronskian]

```
> M: = matrix([[8,6,2],[3,4,6],[2,1,3]]);
  C:=matrix([[50],[40],[20]]);
  evalm(M).evalm(C) = evalm(M&*C); Q: = matrix([[5,7,8]]);
  evalm(M&*C).evalm(Q) = evalm(M&*C&*Q);
```

$$M := \begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C := \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 680 \\ 430 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$Q := [5 \quad 7 \quad 8]$$

$$\begin{bmatrix} 680 \\ 430 \\ 200 \end{bmatrix} \cdot [5 \quad 7 \quad 8] = \begin{bmatrix} 3400 & 4760 & 5440 \\ 2150 & 3010 & 3440 \\ 1000 & 1400 & 1600 \end{bmatrix}$$

M — технологическая матрица
C — матрица производства
$D = MC$ — матрица ресурсного обеспечения
Q — матрица стоимости
$S = DQ$ — сумма, необходимая для закупки ресурсов

Первый элемент матрицы-столбца D (680) представляет собой количество ресурса Р1, необходимое для производства изделия А в требуемом объеме, аналогично для остальных элементов матрицы.

Элементы матрицы Q (***матрицы стоимости***) — это стоимость единицы каждого из ресурсов.

Сумма, необходимая для закупки ресурсов будет: $S = DQ$

Задача 2. В условиях задачи 1 фирма рассматривает 4 варианта производства изделий А, Б и В:
— вариант 1: 25, 45 и 60
— вариант 2: 35, 30 и 75
— вариант 3: 25, 35 и 50
— вариант 4: 65, 40 и 70
Определите количество ресурсов, необходимое для обеспечения каждого из вариантов производства.
Комментарий: Дополняем математическую модель задачи 1 новой матрицей F

$$F := \begin{bmatrix} 25 & 35 & 25 & 65 \\ 45 & 30 & 35 & 40 \\ 60 & 75 & 50 & 70 \end{bmatrix}$$

F называют ***производственной матрицей***. Матрица ресурсного обеспечения D в этом случае будет: $D = MF$

```
F:=matrix([[25,35,25,65],[45,30,35,40],[60,75,50,70]]);
M:=matrix([[8,6,2],[3,4,6],[2,1,3]]);
G:=evalm(M).evalm(F)=evalm(M&*F);
```

$$F := \begin{bmatrix} 25 & 35 & 25 & 65 \\ 45 & 30 & 35 & 40 \\ 60 & 75 & 50 & 70 \end{bmatrix}$$

$$M := \begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$G := \begin{bmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 25 & 35 & 25 & 65 \\ 45 & 30 & 35 & 40 \\ 60 & 75 & 50 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 590 & 610 & 510 & 900 \\ 615 & 675 & 515 & 775 \\ 275 & 325 & 235 & 380 \end{bmatrix}$$

```
> %? := matrix([[F, 35, 25, 65], [45, 30, 35, 40], [60, 75, 50, 70]]);
```

Задача о распределении ресурсов в общем виде: Если известны расходуемые нормы и начальные запасы ресурсов, какие должны быть объемы производимых продуктов? Имеется в виду ситуация, в которой начальные ресурсы используются полностью.

Задача 3. Фирма выпускает три продукта П1, П2 и П3 посредством трех ресурсов Р1, Р2 и Р3. За весь будущий период она может обеспечить производство с 2 вариантами начальных запасов ресурсов. В табл. 2 предвидены расходуемые нормы, количества ресурсов, прибыль за единицу каждого продукта. Найдите два возможных варианта в производстве. Вычислите общую прибыль каждого варианта и на этой базе определите более выгодный.

Таблица 2.

Ресурсы	Продукты			Варианты	
	П1	П2	П3	1	2
Р1	0,2	0,5	0,1	49	38
Р2	0,3	0,2	0,4	50	55
Р3	0,2	0,1	0,5	45	54
Прибыль	5	4	6		

Математическая модель в пакете Maple будет иметь вид:

```
> with(linalg):
A:=matrix([[0.2,0.5,0.1],[0.3,0.2,0.4],[0.2,0.1,0.5]]);
B:=matrix([[49,38],[50,55],[45,54]]);
X:=evalm(inverse(A)&*B);
```

$$A := \begin{bmatrix} .2 & .5 & .1 \\ .3 & .2 & .4 \\ .2 & .1 & .5 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 49 & 38 \\ 50 & 55 \\ 45 & 54 \end{bmatrix}$$

$$X := \begin{bmatrix} 40.0000000 & 50.0000000 \\ 70.00000008 & 40.0000000 \\ 60.0000001 & 80.0000000 \end{bmatrix}$$

A — матрица расходуемых норм; B — матрица ресурсного обеспечения.

Нахождение двух возможных вариантов производства получится из расчета матрицы производства X, которая удовлетворяет уравнению $AX = B$.

Столбцы этой матрицы отвечают двум вариантам производственной программы. С помощью варианта 1 производятся продукты П1, П2, П3 соответственно в объемах 40, 70, 60, а с помощью варианта 2 — 50, 40, 80.

Далее производитель мог бы сравнить отдельные варианты по различным дополнительным показателям эффективности, таких как общий объем продукции в количественном выражении, общий размер прибыли ит.д. На базе соответствующих показателей можно выбрать более выгодный вариант.

Задача на составление рациона. Предполагается, что известны фуражи, которые составляют ежедневный рацион питания определенного вида животных. Известны питательные вещества, которые составляют рацион. Содержание этих веществ в 1 кг разных фуражей записываются с помощью матрицы B.

Количество всех фуражей, которые составляют ежедневный рацион, являются элементами матрицы-столбца X.

Математической моделью экономической задачи на составление рациона будет матричное уравнение $AX = B$.

Задача 4. Фирма, исследующая развитие животноводства разрабатывает рацион для откармливания животных полевым сеном, свеклой и овсом. Фирма предлагает 2 варианта содержания кальция, протеина и каротина. Данные о содержании каждого из питательных веществ и цены 1 кг фуража даны в табл.3.

Таблица 3

Пищевые вещества	Фуражи			Вариант	
	полевое сено	свекла	овес	1	2
Кальций (мг)	3	3	6	28	21
Протеин (г)	5	--	1	20	14
Каротин (мг)	2	7	--	12	9
Цена (у.е.)	4	3	8		

Перед фирмой стоит задача определить рацион, который составляют различные варианты сочетаний питательных веществ.

Комментарий: Математическая модель экономической задачи на составление рациона откорма животных описывается матричным уравнением $RX = T$:

```
> with(linalg):
R:=matrix([[3,3,6],[5,0,1],[2,7,0]]);
T:=matrix([[28,21],[20,14],[12,9]]);
X:=evalm(inverse(R)&*T);
```

$$R := \begin{bmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T := \begin{bmatrix} 28 & 21 \\ 20 & 14 \\ 12 & 9 \end{bmatrix}$$

$$X := \begin{bmatrix} \frac{136}{39} & \frac{12}{5} \\ \frac{28}{39} & \frac{3}{5} \\ \frac{100}{39} & 2 \end{bmatrix}$$

Задача 5. Дневное меню человека может включать четыре блюда: Б1, Б2, Б3 и Б4, содержащие белок, жиры, углеводы, холестерол. Пищевое содержание на 100 г каждого блюда приведено в табл.4.

Таблица 4.

Вещества	Блюда			
	Б1	Б2	Б3	Б4
Белки	2	4	5	1
Жиры	1	2	--	3
Углеводы	2	--	1	--
Холестирол	3	1	1	2

Какое количество веществ принимает ежедневно человек, если его меню содержит 400 г блюда Б1, 300 г блюда Б2, 200 г блюда Б4 и не включает блюдо Б3.

Комментарий: Математическая модель экономической задачи на формирование меню описывается матричным уравнением $AX = B$:

```
A:=matrix([[2,4,5,1],[1,2,0,3],[2,0,1,0],[3,1,1,2]]);
B:=matrix([[400],[300],[0],[200]]);
X:=evalm(inverse(A)&*B);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 400 \\ 300 \\ 0 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$X := \begin{bmatrix} -60 \\ -60 \\ 120 \\ 160 \end{bmatrix}$$

Создание математических моделей в экономике у студентов экономической специальности формируют навыки построения основных видов математических моделей экономических систем. С использованием понятийного аппарата данной экономической дисциплины, формируется способность исследовать и анализировать созданные математические модели экономических систем и процессов, прогнозировать на основе полученных данных их развитие.

Цель данной работы — предложить единый подход повышения мотивации обучения математике и повысить качество полученных знаний и навыков.

Список литературы:

1. Аврамов А., Гроздев С., Высшая математика. В.Тырново, 2000. 336 с.
2. Матросов А. В., Maple 6, Решение задач по высшей математике и механике. Санкт-Петербург, 2001. 526 с.
3. Чиприянова К., Щопова М., Георгиева Н., Тесты по математике. Свищов, 1999. 226 с.

APPLICATION OF THE MATH CONCEPT "MATRIX" FOR CREATING MATHEMATICAL MODELS OF ECONOMIC PROCESSES

Izvorska D. I.

(Bulgaria, Gabrovo)

Transition from planned economic to market attitude and penetration informative technologies in all aspects of public life set changes in the educational system. It's mandatory to be modernized succession between common and professional education, organization and managing have to be changed. That's why the teaching fundamental disciplines, as mathematics, should be closely connected to specific disciplines, which determine the speciality's aspect.

In this paper a trial has been made to show inter-subject link between some parts of high math course (linear algebra) and some parts of economic disciplines. It has been examined some economic application of math concept "Matrix" to create math models of concrete economic problems as the problem of distribution resources, the problem about forming ration, diet, menu, with the help of computer system "Maple".

The creation of math models of economic problems develop students' habits for building basic math models of economic systems by using intelligibility apparatus of given economic discipline; skills for research and analyze math models of economic systems and process are forming; skills for prognosticate their future development, based on the obtained information, are forming to.

The aim of this paper is to offer a method for raising motivation of math's teaching and quality acquired knowledge and skills.