ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ СО МНОГИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ НАБЛЮДЕНИЙ В ВЫХОДНЫХ СИГНАЛАХ

Кацюба О. А., Тренькин В. М., Волныкин А. Н., Спирин С. А.

(Россия, Самара)

Рассмотренная здесь параметрическая идентификация линейных многомерных дискретных систем описываемых линейным разностным уравнением при наличии помех наблюдений на основе оригинального обобщённого критерия наименьших квадратов в форме отношения двух квадратичных форм. В статье рассматриваются проблемы идентификации параметров линейной авторегрессии с автокорреллированными помехами в выходных сигналах.

Пусть имеет место стационарная линейная динамическая система, которая описывается следующим стохастическим уравнением заданного порядка с дискретным временем $i = \ldots -1,0,1\ldots$

$$z_i - \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} z_{i-m} = \sum_{j=1}^{d} \sum_{m=0}^{r_j} a_0^{(mj)} x_{i-m}^{(i)}, \qquad (1)$$

$$y_i = z_i + \xi(i),$$

где $\xi(i)$ – помеха наблюдения.

Применение классического МНК не позволяет получать состоятельные оценки параметров за исключением очень частного случая, когда последовательность $\{\xi(i)\}$ удовлетворяет так называемому «условию белого шума невязок». В самом деле, использование классической процедуры МНК для определения параметров разностного уравнения приводит к минимизации среднего значения величины:

$$e^2(b^{(m)},a^{(mj)})=\left[y_i-\sum_{m=1}^{r}b^{(m)}y_{i-m}-\sum_{j=1}^{d}\sum_{m=0}^{r_j}a^{(mj)}x_{i-m}^{(j)}\right]^2.$$

Такая постановка задачи не совпадает с обычной постановкой задачи в регрессионном анализе, т. к. $\operatorname{cov}\left[y_{i-m},e(i)\right]\neq 0$ для всех $m=\overline{1,r}$.

Пусть выполняются следующие условия:

1^0. Случайный процесс $\{\xi(i)\}$ удовлетворяет следующим условиям:

$E(\xi(i+1)/F_i)=0$ п.н., $E(\xi^2(i+1)/F_i)\leq\pi<\infty$ п.н.

$E(\xi^4(i))<\pi^{'}<\infty$,

где $E-$ оператор математического ожидания,

$F_i-\sigma-$ алгебра, индуцированная семейством случайных величин $\{\xi(t),t\in T_i\}$, $T_i=\{t;t\leq i;t\in z_c-$ множество целых чисел$\}$;

2^0. Вектор входных переменных и истинные значения параметров удовлетворяют условиям:

$$N^{-1}\sum_{i=i_0}^{N}(z_r^T(i)\vdots(x_{r_1}^{(1)}(i))^T\cdots\vdots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T)^T(z_r^T(i)\vdots\cdots\vdots(x_{r_d}^{(d)})^T)\xrightarrow[N\to\infty]{}H^*\text{ п.н,}$$

H^*- положительно определенная матрица,

где

$z_r(i)=(\mathrm{z}_{i-1},\ldots z_{i-r})^T\in R_r$,

$x_{r_1}^{(1)}(i)=(x_i^{(1)},\ldots x_{i-r_1}^{(1)})^T\in R_{r_1+1},\ldots x_{r_d}^{(d)}(i)=(x_i^{(d)},\ldots x_{i-r_d}^{(d)})^T\in R_{r_d+1}$;

3^0. Множество $\widetilde{B}$ которому априорно принадлежат истинные значения параметров устойчивой линейной системы является компактом;

4^0. $\left\{x_i^{(1)},\ldots x_i^{(d)}\right\}$ статистически не зависят от $\{\xi(i)\}$.

Для получения нелинейных МНК-оценок параметров $(b_0^{(m)},a_0^{(mj)})$ воспользуемся следующим подходом. Представим уравнение (1) в виде:

$$y_i = (y_r^T(i) \vdots (x_{r_1}^{(1)}(i))^T \vdots \cdots \vdots (x_{r_d}^{(d)}(i))^T) \begin{pmatrix} b_0 \\ --- \\ a_0^{(1)} \\ --- \\ \vdots \\ --- \\ a_0^{(d)} \end{pmatrix} + \xi(i) - \Xi_r^T b_0 =$$

$$= z_r^T(i) b_0 + (x_{r_1}^{(1)}(1))^T a_0^{(1)} + \ldots (x_{r_d}^{(d)}(i))^T a_0^{(d)} + \xi(i),$$

где

$y_r(i) = (y_{i-1}, \ldots y_{i-r})^T$, $a_0^{(1)} = (a_0^{(11)} \ldots a_0^{(1r_1)})^T, \ldots a_0^{(d)} = (a_0^{(d_1)} \ldots a_0^{(dr_d)})^T$,

$b_0 = (b_0^{(1)} \ldots b_0^{(r)})$, $\Xi_r = (\xi(i-1), \ldots \xi(i-r))^T$.

Введем следующую обобщенную ошибку:

$$e(b, a_0^{(1)}, \ldots a_0^{(d)}, i) = y(i) - \xi(i) - \Xi_r^T b_0. \tag{2}$$

Из предположения 1^0 следует, что обобщенная ошибка $e(b_0, a_0^{(1)} \ldots a_0^{(d)})$ имеет нулевое среднее, а из леммы 1.1 [1] получаем, что средняя дисперсия обобщенной ошибки (2) равна

$$\bar{\sigma}_e^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{\mathrm{N}} \sum_{i=1}^{N} E(e^2(b_0, \ldots a_0^{(d)}, i)) = \bar{\sigma}^2 + \bar{\sigma}^2 b_0^T b_0 = \bar{\sigma}^2 (1 + b_0^T b_0) = \bar{\sigma}^2 \omega(b_0),$$

$$\omega(b_0) = 1 + b_0^T b_0,$$

где $\bar{\sigma}^2$ – средняя дисперсия помех наблюдений.

Определим оценки $\widehat{b}(N), \ldots \widehat{a}^{(d)}(N)$ неизвестных параметров $b_0, \ldots a_0^{(\mathrm{d})}$ из условия минимума суммы взвешенных квадратов обобщенной ошибки $e^2(b, \ldots a^{(d)}; i)$ с весом $\omega(b)$, т. е. из

$$\min_{\begin{pmatrix} b \\ -- \\ \vdots \\ -- \\ a^{(d)} \end{pmatrix} \in \tilde{B}} \omega^{-1}(b) \nu_N(b, a^{(1)}, \ldots a^{(d)}),$$

где:

$$\nu_N(b, a^{(1)}, \ldots a^{(d)}) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - y_r^T(i) - (x_{r-1}^{(1)}(i))^T a^{(1)} - (x_{r_d}^{(d)}(i))^T a^{(d)})^2. \tag{3}$$

Утверждение 1. Пусть стохастическая динамическая система описывается уравнением (1) с начальными условиями $z(0) = \ldots = z(i-r) = 0$ и помеха $\xi(i)$ удовлетворяет предположениям 1^0, 4^0. Входные сигналы $x_{r_j}^{(j)}$ удовлетворяет предположению 2^0 и истинные параметры – 3^0, тогда оценки $\widehat{b}(N),\ldots\widehat{a}^{(d)}(N)$, определяемые выражением (3) с вероятностью 1 при $N\to\infty$ существуют, единственны и являются сильно состоятельными оценками $\widehat{b}(N)\xrightarrow[N\to\infty]{}b_0$ п. н.; $a^{(j)}(N)\xrightarrow[N\to\infty]{}a_0^{(j)}$ п.н.

Доказательство. Определим:

$$N^{-1}v_N(b,a^{(1)},\ldots a^{(d)})=N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(z(i)+\xi(i)-(z_r(i)+\Xi_r)^T b-(x_{r_1}^{(1)}(i))^T a^{(1)}-\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T a^{(d)})^2=$$

$$=N^{-1}\sum_{i=1}^{N}z_r^T(i)b_0+(x_{r_1}^{(1)}(i))^T a_0^{(1)}+\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T a_0^{(d)}+$$

$$+\xi(i)-(z_r(i)+\Xi_r)^T b-(x_{r_1}^{(1)}(i))^T a^{(1)}-\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i)^T a^{(d)})^2=$$

$$+\xi(i)-(z_r(i)+\Xi_r)^T b-(x_{r_1}^{(1)}(i))^T a^{(1)}-\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i)^T a^{(d)})^2=$$

$$=N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(\xi(i)-z_r^T(i)\tilde{b}-(x_{r_1}^{(1)}(i))^T\tilde{a}^{(1)}-\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T\tilde{a}^{(d)}-\Xi_r^T b)^2=v_1+v_2+v_3,$$

где $\tilde{b}=b-b_0$, $\tilde{a}^{(j)}=a^{(j)}-a_0^{(j)}$;

$$v_1=N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(\xi^2(i)+b^T\Xi_r\Xi_r^T b-2\xi(i)\Xi_r^T b,$$

$$v_2=N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix}\tilde{b}\\ \hline \tilde{a}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline \tilde{a}^{(d)}\end{pmatrix}^T\begin{pmatrix}z_r(i)\\ \hline x_{r_1}^{(1)}(i)\\ \hline \vdots\\ \hline x_{r_d}^{(d)}(i)\end{pmatrix}(z_r^T(i)\vdots(x_{r_1}^{(1)}(i))^T\vdots\ldots\vdots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T\begin{pmatrix}\tilde{b}\\ \hline \tilde{a}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline \tilde{a}^{(d)}\end{pmatrix};$$

$$v_3=2N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(-\xi(i)z_r^T(i)b-\xi(i)(x_{r_1}^{(1)}(i))^T\tilde{a}^{(1)}-\ldots\xi(i)(x_{r_d}^{(d)}(i))^T\tilde{a}^{(d)}+z_r^T(i)\tilde{b}\Xi_r^T b+$$

$$+(x_{r_1}^{(1)}(i))^T\tilde{a}^{(1)}\Xi_r b+\ldots(x_{r_d}^{(d)}(i))^T\tilde{a}^{(d)}\Xi_r b).$$

Применив лемму 1.1 [1] для случайной последовательности $\xi(i)$ получаем, что $v_1\xrightarrow[N\to\infty]{}\sigma^2(1+b^T b)$ п.н.

Из 2^0 следует, что

$$v_2 \xrightarrow[N\to\infty]{} \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ --- \\ \tilde{a}^{(1)} \\ --- \\ \vdots \\ --- \\ \tilde{a}^{(d)} \end{pmatrix}^T H^* \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ --- \\ \tilde{a}^{(1)} \\ --- \\ \vdots \\ --- \\ \tilde{a}^{(d)} \end{pmatrix} \text{ п.н.}$$

Рассмотрим первое слагаемое в v_3: $\frac{2}{\mathrm{N}}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} -\xi(i) z_r^T(i) b$, 1^0, 4^0 и положительная определенность матрицы H^* приводит к выполнению условий леммы 1.2 [1], аналогично для слагаемых вида $-\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \xi(i)(x_{r_j}^{(j)}(i))^T \tilde{a}^{(i)}$.

Рассмотрим далее, слагаемое

$$\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} b^T \Xi_r z_r^T \tilde{b} = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} b^T \begin{pmatrix} z_{i-1}\xi(i-1) & \dots & z_{i-r}\xi(i-1) \\ \vdots & & \vdots \\ z_{i-1}\xi(i-r) & \dots & z_{i-r}\xi(i-r) \end{pmatrix} \tilde{b}. \qquad (4)$$

Т. о. (4) можно представить в виде r^2 слагаемых, для каждого из которых в силу предположений 1^0 и 4^0 и из положительной определенности матрицы H^* следует выполнение условий леммы 1.2 [1]. Аналогичное рассуждение имеет место относительно $(x_{r_j}(i))^T \tilde{a}^{(i)} \Xi_r^T b$ и окончательно $v_3 \xrightarrow[N\to\infty]{} 0$ п.н.

Откуда

$$\frac{1}{N} v_N(b, a^{(1)}, \dots a^{(d)}) \xrightarrow[N\to\infty]{} \sigma^2(1 + b^T b) + \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ --- \\ \tilde{a}^{(1)} \\ --- \\ \vdots \\ --- \\ \tilde{a}^{(d)} \end{pmatrix}^T H^* \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ --- \\ \tilde{a}^{(1)} \\ --- \\ \vdots \\ --- \\ \tilde{a}^{(d)} \end{pmatrix} = \bar{v}(b, a^{(1)}, \dots a^{(d)}) \text{ п.н.} \qquad (5)$$

В дальнейшем, доказательство утверждения полностью аналогично доказательству одномерного случая, приведенного в [1].

Для одномерного случая (авторегрессии) докажем состоятельность оценок параметров, когда в качестве помех в выходных сигналах имеют место более сложный автокоррелированный нестационарный случайный процесс.

Пусть имеет место случайный процесс авторегрессии конечного порядка, описываемый следующим стохастическим линейным разностным уравнением порядка r:

$$Z_i - \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} Z_{i-m} = \xi_1(i),$$

$$y_i = Z_i + \xi_2(i) \qquad (6)$$

Предположим, что выполняются следующие условия:

I. Выполняется условие 1^0.

II. Случайный процесс $\xi_2(i)$ удовлетворяет следующим условиям, отличным от 1^0:

$E(\xi_2(i+1)/F_i) = 0$ п.н.; $E(\xi_2^2(i_0)) \le \pi < \infty$; $E(\xi_2^2(i+1)/F_i) \le W$,

III. Случайные процессы $\{\xi_1(i)\}$ и $\{\xi_2(i)\}$ статистически независимы.

IV. $N^{-1}\sum_{i=i_0}^{N} \xi_2(i)\xi_2(i+m) \xrightarrow[N\to\infty]{п.н.} h_{\xi_2}^*(m) < \infty, m = 0,...,r$,

где $h_{\xi_2}^*(m)$ - локальная автоковариационная функция. $\tilde{H}_{\xi_2}^*$ - положительно определенная матрица

$$\tilde{H}_{\xi_2}^* = \left|\begin{array}{c|cccc} h_{\xi_2}^*(0) & h_{\xi_2}^*(1) & ... & h_{\xi_2}^*(r) \\ \hline h_{\xi_2}^*(1) & h_{\xi_2}^*(0) & ... & h_{\xi_2}^*(r-1) \\ ... & ... & ... & ... \\ h_{\xi_2}^*(r) & h_{\xi_2}^*(r-1) & ... & h_{\xi_2}^*(0) \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} h_{\xi_2}^*(0) & (\tilde{h}_{\xi_2}^*)^T \\ \hline \tilde{h}_{\xi_2}^* & H_{\xi_2}^* \end{array}\right|,$$

где $H_{\xi_2}^* = \begin{vmatrix} h_{\xi_2}^*(0) & ... & h_{\xi_2}^*(r-1) \\ ... & ... & ... \\ h_{\xi_2}^*(r-1) & ... & h_{\xi_2}^*(0) \end{vmatrix}$, $\tilde{h}_{\xi_2}^* = (h_{\xi_2}^*(1),...,h_{\xi_2}^*(r))^T \in R_r$.

V. Выполняется условие 3^0.

VI. Для случайного процесса Z_i существует предел:

$$\lim_{N\to\infty} N^{-1}\sum_{i=1}^{N} Z_r(i)Z_r^T(i) = H_{ZZ}^* .$$

Представим уравнение (6) в виде:

$$y_i = y_r^T(i)b_\circ + \xi_1(i) + \xi_2(i) - \Xi_r^T b_0 .$$

Введем обобщенную ошибку:

$$e(b_0,i) = y_i - y_r^T(i)b_\circ = \xi_1(i) + \xi_2(i) - \Xi_r^T b_0 .$$

Средняя дисперсия обобщенной ошибки равна

$$\bar{\sigma}_e^2 = \lim_{N\to\infty} N^{-1}\sum_{i=1}^{N} E(e^2(b_0,i)) = h_{\xi_1}^*(0) + h_{\xi_2}^*(0) + (H_{\xi_2}^* b_0, b_0) - 2(\tilde{h}_{\xi_2}^*, b_0) = \omega(b_0) ,$$

где (.,.)-скалярное произведение.

Определим оценку $\left(\hat{b}(N)\right)$ неизвестного истинного значения параметра $\left(b_0\right)$ из условия минимума суммы взвешенных квадратов обобщенных ошибок $e^2(b,i)$ с весом $\omega(b)$,т.е.

$$\min_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r} \omega^{-1}(b)\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_r^T(i)b))^2 = \min_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r} \omega^{-1}(b)U_N(b) \qquad (7)$$

где $U_N(b) = \sum_{i=1}^{N}(y_i - y_r^T(i)b))^2$.

Утверждение 2. Пусть некоторый случайный процесс $\{y_i, i = ...,-1,0,1,...\}$ описывается уравнением (6) с начальными нулевыми условиями и выполняются предположения I-VI.

Тогда оценка $\hat{b}(N)$ определяемая выражением (7) с вероятностью 1 при N $\to$ ∞, существует, единственная и является сильносостоятельной оценкой, т.е. $\hat{b}(N) \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} b_0$

при этом $N^{-1} \min_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r} \omega^{-1}(b)U_N(b) = \dfrac{N^{-1}U_N(b_0)}{\omega(b_0)} = 1$.

Доказательство. Рассмотрим функцию:

$$N^{-1}U_N(b) = N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(Z_i + \xi_2(i) - (Z_r(i) + \Xi_r)^T b\right)^2 =$$

$$= N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\xi_1(i) + \xi_2(i) + Z_r^T(i)b_0 - (Z_r(i) + \Xi_r)^T b\right)^2 =$$

$$= N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\xi_1(i) + \xi_2(i) - Z_r^T(i)\tilde{b} - \Xi_r{}^T b\right)^2 = \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3,$$

где $\tilde{b} = b - b_0$;

$$\vartheta_1 = N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(\xi_1^2(i) + \xi_2^2(i) + b^T\Xi_r(\Xi_r)^T b - 2(\xi_1(i) + \xi_2(i))\Xi_r{}^T b);$$

$$\vartheta_2 = N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\tilde{b}^T Z_r(i) Z_r^T(i)\tilde{b};$$

$$\vartheta_3 = 2N^{-1}\sum_{i=1}^{N}((-\xi_2(i) - \xi_1(i))Z_r^T(i)\tilde{b} + Z_r^T(i)\tilde{b}\Xi_r^T b + \xi_1(i)\xi_2(i)).$$

Из предположений I-VI получаем:

$$\vartheta_1 \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} h_{\xi_1}^*(0) + h_{\xi_2}^*(0) + b^T H_{\xi_2}^* b - 2(\tilde{h}_{\xi_2}^*)^T b; \forall b \in R_r.$$

$$\vartheta_2 \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} \tilde{b}^T H_{ZZ}^*\tilde{b}; \forall b \in R_r.$$

$$\vartheta_3 \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} 0, \forall b \in R_r.$$

Окончательно имеем

$$N^{-1}U_N(b) \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} h_{\xi_1}^*(0) + h_{\xi_2}^*(0) + b^T H_{\xi_2}^* b - 2(\tilde{h}_{\xi_2}^*)^T b + \tilde{b}^T H_{ZZ}^*\tilde{b} =$$

$$= b^T(H_{ZZ}^* + H_{\xi_2}^*)b - 2(H_{ZZ}^* b_0 + \tilde{h}_{\xi_2}^*)^T b + h_{\xi_1}^*(0) + h_{\xi_2}^*(0) + b_0^T H_{ZZ} b_0 = \tilde{U}(b), \forall b \in R_r$$

Покажем что решение задачи

$$\min_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r}\omega^{-1}(b)\tilde{U}(b)$$

существует и достигается в единственной точке b_0, т.е.

$$\min_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r}\omega^{-1}(b)\tilde{U}(b) = \frac{\tilde{U}(b_0)}{\omega(b_0)} = 1. \qquad (8)$$

Для этого рассмотрим функцию

$V(b,\theta) = \tilde{U}(b) - \theta\omega(b), \theta \in R_1,$

$V(\theta) = \min\limits_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r} V(b,\theta).$

Дифференцируя $V(b,\theta)$ по b и приравнивая производную к нулю, находим $b(\theta)$ и тогда

$$V(\theta) = h^*_{\xi_1}(0) + h^*_{\xi_2}(0) + b_0^T H^*_{ZZ} b_0 - \theta h^*_{\xi_1}(0) - \theta h^*_{\xi_2}(0) - (H^*_{ZZ} b_0 + \tilde{h}^*_{\xi_2} - \theta \tilde{h}^*_{\xi_2})^T \times$$
$$\times (H^*_{ZZ} + H^*_{\xi_2} - \theta H^*_{\xi_2})^{-1} \times (H^*_{ZZ} b_0 + \tilde{h}^*_{\xi_2} - \theta \tilde{h}^*_{\xi_2}) \; .$$

Легко проверить, что уравнение $V(\theta) = 0$ на интервале $(-\infty, \lambda_{\min} + 1)$ имеет не более одного корня. Где $\lambda_{\min}$ - минимальное собственное значение матрицы H^*_{ZZ}. Непосредственной постановкой $\theta_1 = 1$ в уравнение $V(\theta) = 0$ легко убедимся, что этим единственным корнем на интервале $(-\infty, \lambda_{\min} + 1)$ является $\theta_1 = 1$. Тогда непосредственно следует справедливость (8). Получаем, что с вероятностью 1 при N$\rightarrow \infty$ решение задачи (7) существует и является единственным т.е. с вероятностью 1 при N$\rightarrow \infty$ существует единственная оценка $\hat{b}(N)$ и $\hat{b}(N) \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} b_0$, $N^{-1} \min\limits_{(b)\in\tilde{B}\subset R_r} \omega^{-1}(b) U_N(b) \xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} 1$.

На основе разработанного нелинейного МНК создан пакет прикладных программ (Delphi 7, MathCAD), этот пакет применен при решении задачи прогноза распределения биопотенциалов электрической активности сердца [2], а также для прогноза концентрации атмосферных эмиссий [3].

Список литературы:

1. Кацюба О.А, Жданов А.И. О состоятельных оценках решений некорректных стохастических алгебраических уравнений при идентификации параметров линейных разностных операторов//Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. – 1981. - №5. – С. 165-172.
2. Кацюба О.А., Гущин А.В., Угнич К.А. Пакет программного обеспечения для моделирования распределения биопотенциалов электрической активности сердца на основе ряда Лапласа.// Вторая всероссийская научная конференция «Проектирование инженерных и научных приложений в

среде Matlab». Москва, 25-26 мая 2004 года. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН: Статья – Москва, 2004. Труды Второй всероссийской научной конференции, часть 1, с.-198-206.

3. Линеенко М.Б., Кацюба О.А.. Математическое моделирование атмосферных эмиссий в условиях априорной неопределенности.// Математические методы в техники и технологиях - ММТТ-17:// Сб. трудов XVII Международной научной конференции. Кострома, 2004.

PARAMETRICAL IDENTIFICATION LINEAR EQUATIONS OF A DIFFERENCE WITH MANY VARIABLES AT PRESENCE OF HANDICAPES OF SUPERVISION IN TARGET SIGNALS

Katsjuba O. A., Tren'kin V. M. Spirin S. A., Volnykin A. N.

(Russia, Samara)

The parametrical identification of linear multivariate discrete systems considered here described linear equation of a difference at presence of handicaps of supervision on the basis of the original generalized criterion of the least squares in the form of the attitude of two square-law forms.In article are considered problems of parameters identification of linear autoregress with autocorrelative handicaps in target signals.