## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ УГЛЕРОДНЫХ ОДНОСЛОЙНЫХ НАНОТРУБОК

Пономарев О. А., Ахметьянов Р. Ф., Ишмаев Э. Х., Шиховцева Е. С.

(Россия, Пущино, Уфа)

Получена точная самосогласованная система уравнений для описания нанотрубок, в коллективных переменных.

Системы из атомов углерода могут существовать в виде нескольких модификаций: слоистого графита с гексагональной структурой, нитевого карбина, кристаллического алмаза, фуллеренов  $C_{60}$ ,  $C_{70}$ ,  $C_{78}$ ,  $C_{84}$ , углеродных нанотрубок — двумерных протяженных структур, свернутых в однослойную или многослойную трубку [1]. Открытие сверхпроводимости для  $C_{60}$ , легированных металлами [2], позволяет надеяться на обнаружение ее в нанотрубках.

В рассматриваемых нами системах имеют место совершенно необычные свойства, связанные с коллективными колебаниями электронной плотности (плазмонами или плазменными колебаниями). Углеродная нанотрубка с внедренным в нее дефектом обладает гетеропереходом металл-полупроводник, что может стать основой полупроводникового элемента рекордно малых размеров. В 1999 году в нанотрубках был обнаружен проксимный эффект [3], а в 2001 — сверхпроводимость при температуре ниже 20 К.

В настоящее время существуют несколько теоретических подходов для расчета нанотрубок. Основные из них: точечная модель, модель Латинджера, модель Хаббарда, приближение функционала плотности. В большинстве работ, относящихся к этим моделям, исходят из первоначального приближения нанотрубки графитовой плоскостью. Однако динамика электронов в нанотрубке отличается от динамики электронов на графитовой плоскости. Эти отличия учтены в нашей работе.

Основная цель работы состоит в создании эффективных методов расчета физических свойств нанотрубок применительно к реальным условиям проведения эксперимента.

Изучаемая нами система представляет собой одностеночную нанотрубку. Ионы углерода рассматриваем как точечные частицы с заданным зарядом, а систему электронов при температуре много ниже энергии Ферми. Углеродную нанотрубку можно представить в виде слоя графитовой плоскости, состоящей из шестиугольников, которую можно свернуть в цилиндрическую трубку. В зависимости от типа обертывания углеродная нанотрубка характеризуется типом хиральности (N, M) где N и M целые числа. Расстояние между ближайшими углеродными атомами равно  $a_0 = 1.42$  А. Развернутая нанотрубка представляет собой сотовую решётку, которую удобно разбить на две подрешётки (а) и (b). Поэтому электронная волновая функция задается в виде столбца из двух функций.

Каждая подрешётка обладает операцией трансляционной симметрий из двух векторов  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ ,  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = \sqrt{3}a_0 = d_0$  (рис. 1). Система координат выбрана такая: ось z направлена вдоль оси цилиндра, ось  $0\varphi_{xy}$  направлена вдоль периметра трубки, причем  $\varphi_{xy} = R_{NM}\varphi$ , где  $\varphi$  — угол в цилиндрической системе координат,  $R_{NM}$  — радиус нанотрубки, определяемый набором (N, M), причем  $R_{NM} = \frac{d_0}{2\pi}\sqrt{N^2 + M^2} + NM = R$ . Рассмотрен частный случай  $\alpha + \beta = \gamma = \pi/3$ , когда имеется трансляционная симметрия вдоль оси 0z, и  $\vec{T}_z = L\vec{T}_1 - K\vec{T}_2$ , L, K — целые числа. Здесь углы  $\alpha$  и  $\beta$  изображены на рис. 1, при этом угол  $\beta$  мы будем называть углом хиральности решётки на поверхности цилиндра при определённом значении.

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1127 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1127





**Рис.1.** Система координат для описания нанотрубок (обозначения в тексте)

Рис.2. Плотность электронных состояний в нанотрубке в зависимости от энергии (эВ)

Волновой вектор для электрона в нанотрубке в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\psi_{nmk}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi L}} R_{nm}(r) e^{i(k_{\varphi}\phi_{xy} + kz)}$$

Так как при преобразовании  $\varphi_{xy} \rightarrow \varphi_{xy} + 2\pi R_{NM}$  волновая функция не должна изменяться, то волновой вектор  $k_{\varphi}$  квантуется, и мы имеем

$$k_{\varphi} = \frac{2\pi}{d_0} \frac{1}{\left(N^2 + M^2 + MN\right)^{\frac{1}{2}}} m, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \left[\frac{N+M}{2}\right],$$

и соответственно  $k_{\varphi}\varphi_{xy} = m\varphi$ , где скобки [...] означают выделение целой части числа. В реальных трубках N и M порядка единицы. Поэтому  $k_{\varphi}$  имеет дискретный вид. Величины k можно считать квазинепрерывными.

Функции  $R_{nm}(r)$  обладают свойством ортогональности и полноты и определяются из решения некоторой модельной задачи. Для простоты выберем потенциал модельной задачи для одностеночной нанотрубки в виде

$$V_{ef} = \begin{cases} -V_0, & |r - R| \le \frac{a}{2}, \\ 0, & |r - R| > \frac{a}{2}. \end{cases}$$

Решая уравнение Шредингера для одностенной нанотрубки для радиального направления, имеем для собственных значений и волновых функций

$$E_{nmk} = \frac{\pi^2}{2a^2} (1+2n)^2 + \frac{m^2 - 0.25}{2R^2} + \frac{\pi^2 k^2}{2L^2},$$
  
$$u_n = \sqrt{\frac{2}{a}} y \cos(\pi R (1+2n)).$$
(1)

Выражение для невозмущенной функции Грина имеет вид

$$4G_0(r,\varphi,z,t;r_1,\varphi_1,z_1,t_1) = \sum_{n,m,k} \exp(iE_{nmk}(t-t_1) + im(\varphi-\varphi_1) + ik(z-z_1))\frac{1}{2\pi aL} .$$
(2)

Выбирая  $V_0 = 42$  эВ и  $a^2 = (4\pi^2/30)$  эВ<sup>-1</sup>, получим для  $E_{000}$  ( $\sigma$ -состояние) и  $E_{100}$  ( $\pi$ -состояние), соответственно, значения -32 эВ и -6 эВ. Экспериментальные значения для них соответственно равны -32 и -7 эВ.

Для рассматриваемой системы из электронов и ионов углерода с кулоновским взаимодействием и заданной структурой решетки (рис. 1) построим метод определения состояний колебаний электронной плотности. Будем исходить из функционального интеграла

$$Z[\psi] = \int D\psi^+ D\psi \exp(S[\psi]), \qquad (3)$$

где действие  $S[\psi]$  определяется выражением

$$S[\psi] = \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx \sum_{s} \psi_{s}^{+}(x,\tau) K(x,\tau) \psi_{s}(x,\tau) -$$

$$-\frac{e^{2}}{2}\int_{0}^{\beta}d\tau\int dxdy\rho(x,\tau)V(x-y)\rho(y,\tau) +$$
  
+
$$\int_{0}^{\beta}d\tau\sum_{\tilde{\ell}_{\alpha}}\left[i\vec{p}_{\tilde{\ell}_{\alpha}}(\tau)\partial_{\tau}\vec{q}_{\tilde{\ell}_{\alpha}}(\tau)-\vec{p}_{\tilde{\ell}_{\alpha}}^{2}(\tau)/2M_{C}\right],\alpha=a,b \quad (4)$$

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1129 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1129

Здесь *s* — спин электронов,  $\psi_s(x,\tau)$  — система из двух подрешеток (а) и (b),  $\vec{p}_{\vec{l}_{\alpha}}(\tau)$ ,  $\vec{q}_{\vec{l}_{\alpha}}(\tau)$ ,  $M_C$  — соответственно импульс, координата и масса иона углерода, расположенного в узле  $\vec{l}_{\alpha}$  подрешеток, V(x-y) = 1/|x-y| — оператор кулоновского взаимодействия,  $K(x,\tau)$  — оператор кинетической энергии, представлен в виде

$$\mathbf{K}(x,\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{a}(x,\tau) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{b}(x,\tau) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{a,b}(x,\tau) = -\partial_{\tau} + \frac{\Delta_{a,b}}{2m_{e}} + \mu_{a,b},$$

где  $\partial_{\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau}, \ \frac{\Delta_a}{2m}$  — кинетическая энергия для подрешетки a,  $\mu_{a,b}$  — химический потенциал на подрешетках.

Величина зарядовой плотности  $\rho(x, \tau)$  складывается из ионной  $\rho^q(x, \tau)$  и электронной  $\rho^e(x, \tau)$  частей и равна  $\rho(x, \tau) = \rho^q(x, \tau) - \rho^e(x, \tau)$ , где  $\rho^q(x, \tau) = \sum_{\alpha\gamma} \rho^q_{\alpha\gamma}(x, \tau) \delta_{\alpha\gamma}$ ,  $\rho^e(x, \tau) = \sum_{\alpha\gamma} \rho^e_{\alpha\gamma}(x, \tau), \quad \rho^q_{\alpha\gamma}(x, \tau) = Z\delta(x - \vec{q}_{i_{\alpha\gamma}}(\tau)), \quad \rho^e_{\alpha\gamma}(x, \tau) = \sum_{s} \psi^{*}_{\alpha,s}(x, \tau) \psi_{\gamma,s}(x, \tau).$ 

Добавим в выражение (3) коллективную переменную локального поля  $\phi(x, \tau)$ , подчиняющегося статистике Бозе, введя дополнительный множитель

$$Z[\phi] = \int D\phi \exp(S[\phi]),$$
  

$$S[\phi] = -\frac{1}{2} \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx dy \phi(x,\tau) V^{-1}(x-y) \phi(y,\tau).$$

Тогда

$$Z[\phi] \exp\left(-\frac{e^2}{2}\int_0^\beta d\tau \int dx dy \rho(x,\tau) V(x-y)\rho(y,\tau)\right) =$$
  
=  $\int D\phi \exp(S_1[\phi]) = Z_1[\phi],$ 

$$S_{1}\left[\phi\right] = -\frac{1}{2}\int_{0}^{\beta} d\tau \int dx dy \phi(x,\tau) V^{-1}(x-y)\phi(y,\tau) + ie \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx \rho(x,\tau)\phi(x,\tau) .$$

Здесь локальная плотность  $\rho(x,\tau)$  в действии  $S_1[\phi]$  является источником поля  $\phi(x,\tau)$ . После данного преобразования, выражение (3) примет вид

$$Z[\psi,\phi] = \int D\psi^{+}D\psi \int D\phi \exp(S[\psi,\phi]), \qquad (5)$$

где действие  $S[\psi, \phi]$  учитывает влияние электронов, поля  $\phi$  и их взаимодействия и имеет вид

$$S[\psi,\phi] = -\frac{1}{2} \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx dy \phi(x,\tau) V^{-1}(x-y) \phi(y,\tau) +$$
  
+ 
$$\int_{0}^{\beta} d\tau \int dx \sum_{s} \psi_{s}^{+}(x,\tau) K'(x,\tau) \psi_{s}(x,\tau) +$$
  
+ 
$$ie \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx \rho^{q}(x,\tau) \phi(x,\tau) +$$
  
+ 
$$\int_{0}^{\beta} d\tau \sum_{\tilde{\ell}_{a}} \left[ i \vec{p}_{\tilde{\ell}_{a}}(\tau) \partial_{\tau} \vec{q}_{\tilde{\ell}_{a}}(\tau) - \vec{p}_{\tilde{\ell}_{a}}^{2}(\tau) / 2M_{C} \right], \quad \alpha = a, b.$$

$$\mathbf{K}'(x,\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{a}(x,\tau) - ie\phi(x,\tau) & -ie\phi(x,\tau) \\ -ie\phi(x,\tau) & \mathbf{K}_{b}(x,\tau) - ie\phi(x,\tau) \end{pmatrix}$$

Функциональные интегралы (3) и (5) идентичны. В выражении (5) можно вычислить интеграл по ферми полям. Тогда получаем

$$Z = \int D\phi \exp\left(S_{eff}\left[\phi\right]\right),\tag{7}$$

где

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1131 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1131

$$S_{eff}\left[\phi\right] = -\frac{1}{2} \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx dy \phi(x,\tau) V^{-1}(x-y) \phi(y,\tau) + 2SpLn\left(\mathbf{K}'(x,\tau)\right) + \\ +ie \int_{0}^{\beta} d\tau \int dx \rho^{q}(x,\tau) \phi(x,\tau) + \\ + \int_{0}^{\beta} d\tau \sum_{\bar{\ell}_{\alpha}} \left[i\vec{p}_{\bar{\ell}_{\alpha}}(\tau)\partial_{\tau}\vec{q}_{\bar{\ell}_{\alpha}}(\tau) - \vec{p}_{\bar{\ell}_{\alpha}}^{2}(\tau)/2M_{c}\right], \ \alpha = a, b. \ (8)$$

Мы, таким образом, перешли к описанию системы в коллективных переменных, усложнив уравнения, но, не потеряв информацию от остальных переменных.

Для углеродных нанотрубок подрешетки *a* и *b* идентичны и не различаются между собой. Поэтому можно положить, что  $K_a(x, \tau) = K_b(x, \tau) = K(x, \tau)$ .

Описание системы будем производить с помощью функций Грина, которые введем по уравнению

$$K'(x,\tau_x)G(x,\tau_x;y,\tau_y) = \delta(x-y)\delta(\tau_x-\tau_y).$$
(9)

Отсюда

$$G(x,\tau_x;y,\tau_y) = [K'(x,\tau_x)]^{-1}\delta(x-y)\delta(\tau_x-\tau_y), \qquad (10)$$

где

$$G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = \begin{pmatrix} G_{1}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) & G_{2}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) \\ G_{2}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) & G_{1}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) \end{pmatrix}$$
  
$$G_{1} = G_{aa} = G_{bb}, \quad G_{2} = G_{ab} = G_{ba}.$$

Функция Грина частиц в присутствии только эффективного поля  $V_{e\!f}$  удовлетворяет уравнению

$$G_0(x,\tau_x;y,\tau_y) = [K_0(x,\tau_x)]^{-1} \delta(x-y) \delta(\tau_x-\tau_y).$$

Перепишем (9) в виде

$$K_{0}(x,\tau_{x})G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) + K_{1}(x,\tau_{x})G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = \delta(x-y)\delta(\tau_{x}-\tau_{y}), (11)$$
1131

где 
$$K_1(x, \tau_x) = (-ie\phi(x, \tau_x) + eV_{ef}(x)) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Умножая (11) на  $K_0^{-1}$ , имеем

$$G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = G_{0}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) - K_{0}^{-1}(x,\tau_{x})K_{1}(x,\tau_{x})G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = G_{0}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) - \int_{0}^{\beta} d\tau_{z} \int dz G_{0}(x,\tau_{x};z,\tau_{z})K_{1}(z,\tau_{z})G(z,\tau_{z};y,\tau_{y})$$
(12)

Введем новые функции

$$G(x, \tau_x; y, \tau_y) = (G_1(x, \tau_x; y, \tau_y) + G_2(x, \tau_x; y, \tau_y)),$$
  

$$G_0(x, \tau_x; y, \tau_y) = (G_{01}(x, \tau_x; y, \tau_y) + G_{02}(x, \tau_x; y, \tau_y)).$$

Тогда (12) можно переписать в развернутом виде с учетом введенных функций

$$G_{1}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = G_{01}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) - G_{02}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) + G_{2}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}),$$

$$G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = G_{0}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) + 2ie \int_{0}^{\beta} d\tau_{z} \int dz (\phi(z,\tau_{z}) - iV_{ef}(z))G_{0}(x,\tau_{x};z,\tau_{z})G(z,\tau_{z};y,\tau_{y}). \quad (13)$$

Получим уравнения для определения поля  $\phi(x, \tau_x)$  и движения ядер. Для этого используем эффективный функционал действия, найдем его вариацию по обобщенным координатам  $\phi(x, \tau_x)$ ,  $\vec{q}_{l_a}(\tau)$ ,  $p_{l_a}(\tau)$  и приравняем вариации нулю. Тогда имеем

$$\frac{\delta S_{ef}\left[\phi\right]}{\delta(\phi(x,\tau))} = 0, \quad \frac{\delta S_{ef}\left[\phi\right]}{\delta(\vec{q}_{\tilde{\ell}_{a}}(\tau))} = 0, \quad \frac{\delta S_{eff}\left[\phi\right]}{\delta(\vec{p}_{\tilde{\ell}_{a}}(\tau))} = 0.$$
(14)

Первое равенство приводит к уравнению

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1133 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1133

$$-\int dy V^{-1}(x-y)\phi(y,\tau) + ie\rho^q(x,\tau) - 2ie \lim_{\substack{y\to x\\\tau_y\to\tau_x\sim 0}} Sp\left\{G(x,\tau_x;y,\tau_y)\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\right\} = 0.$$
(15)

Умножая (15) на V(z-x) и интегрируя по x, имеем

$$\phi(z,\tau) = ie \int dx V(z-x) \rho^{q}(x,\tau) - -4ie \int dx V(z-x) \lim_{\substack{y \to x \\ \tau_{y} \to \tau_{x} \to 0}} (G_{1}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) + G_{2}(x,\tau_{x};y,\tau_{y})).$$
(16)

Отсюда следует, что величина  $i\phi(x,\tau)$  по смыслу есть поле электрического потенциала от ионов и электронов. Это поле формально можно считать внешним. Величина  $i\phi(x,\tau)$  полностью определяет характер взаимодействия в системе и ее коллективные возбуждения.

Функции  $G_1$  и  $G_2$  можно выразить через функции  $G = G_1 + G_2$  и  $G_0 = G_{01} + G_{02}$  по формулам:

$$G_{1}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = \frac{1}{2}(G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) + G_{01}(x,y;\tau_{x}-\tau_{y}) - G_{02}(x,y;\tau_{x}-\tau_{y})),$$
  

$$G_{2}(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) = \frac{1}{2}(G(x,\tau_{x};y,\tau_{y}) - G_{01}(x,y;\tau_{x}-\tau_{y}) + G_{02}(x,y;\tau_{x}-\tau_{y})).$$

Тогда (13) и (16) примут вид замкнутой системы уравнений  $G(x, \tau_x; y, \tau_y) = G_0(x, \tau_x; y, \tau_y) +$ 

$$+2ie \int_{0}^{\beta} d\tau_{z} \int dz (\phi(z,\tau_{z}) - iV_{ef}(z)) G_{0}(x,\tau_{x};z,\tau_{z}) G(z,\tau_{z};y,\tau_{y}).$$
(17)

$$\phi(x,\tau) = ie \int dz V(x-z) \rho^q(z,\tau) - 4ie \int dz V(x-z) \lim_{\substack{z_1 \to z \\ \tau_{z_1} \to \tau_z = 0}} G(z,\tau_z;z_1,\tau_{z_1}).$$
(18)

Последнее уравнение описывает плазменные колебания.

Второе и третье уравнения (14) определяют уравнения для движения ионов углерода. Таким образом, удается получить точную замкнутую самосогласованную систему уравнений для описания нанотрубок, учитывающую электронную и колебательную подсистемы в коллективных переменных. Исследуем выражение (18), переписав его в виде

$$\phi(x,\tau) = ie \int dz_1 d\tau_1 V(x-z_1) \delta(\tau-\tau_1) \rho^q(z_1,\tau_1) - -4ie \int dz_1 d\tau_1 V(x-z_1) \delta(\tau-\tau_1) G(z_1,\tau_1;z',\tau'),$$

причем до интегрирования следует перейти к пределам  $z' \rightarrow z_1, \ \tau' \rightarrow \tau_1 - 0.$ 

Введем поляризацию  $P(x, \tau; z_1, \tau_1)$  по формуле

$$\int dz_1 d\tau_1 V(x - z_1) \delta(\tau - \tau_1) G(z_1, \tau_1; z', \tau') =$$
  
=  $\int dz_1 d\tau_1 P(x, \tau, z_1, \tau_1) G_0(z_1, \tau_1; z', \tau'), \quad z' \to z_1, \tau' \to \tau_1 - 0.$ 

Эффективный потенциал  $V_{ef}(z_2, \tau_2)$  равен

$$iV_{ef}(z_2,\tau_2) = ie \int dz_3 d\tau_3 V(z_2 - z_3) \delta(\tau_2 - \tau_3) (\rho^q(z_3,\tau_3) - 4G_0(z_3,\tau_3;z',\tau')),$$
  

$$z' \to z_3, \tau' \to \tau_3 - 0.$$

Тогда имеем

$$\phi(x,\tau) = iV_{ef}(z,\tau) - -4ie\int dz_1 d\tau_1 (P(x,\tau;z_1,\tau_1) - V(x-z_1)\delta(\tau-\tau_1))G_0(z_1,\tau_1;z',\tau'),$$

$$z' \to z_1, \tau' \to \tau_1, \qquad (19)$$

а также

$$G(z_{1},\tau_{1};z',\tau') = G_{0}(z_{1},\tau_{1};z',\tau') +$$

$$2ie\int_{0}^{\beta} d\tau_{2} \int dz_{2}G_{0}(z_{1},\tau_{1};z_{2},\tau_{2})(-4ie)\int_{0}^{\beta} d\tau_{3} \int dz_{3}[P(z_{2},\tau_{2};z_{3},\tau_{3}) - V(z_{2}-z_{3})\delta(\tau_{2}-\tau_{3})]G_{0}(z_{3},\tau_{3};z_{4},\tau_{4})G(z_{2},\tau_{2};z',\tau'), z_{4} \rightarrow z_{3},\tau_{4} \rightarrow \tau_{3}.$$
(20)

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1135 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1135

Умножая это выражение слева на V и учитывая поляризационный оператор, имеем

$$P(x,\tau;x',\tau') = V(x-x')\delta(\tau-\tau') -$$
(21)  
8e<sup>2</sup>  $\int dx_1 d\tau_1 dx_2 d\tau_2 V(x-x_1)\delta(\tau-\tau_1)G_0(x_1,\tau_1;x_2,\tau_2)G_0(x_2,\tau_2;x_1,\tau_1)P(x_2,\tau_2;x',\tau').$ 

Полюса Фурье образа функции поляризации определяют возбужденные состояния — плазменные колебания плотности относительно основного стационарного состояния. Учитывая, что можно представить

$$4G_0(x_1,\tau_1;x_2,\tau_2) = \sum_{nmk} \exp(iE_{nmk}(\tau_1-\tau_2))G_{nmk}(x_1,x_2),$$
(22)

и после Фурье преобразования по времени поляризационная функция имеет вид

$$P(q,\omega;q',\omega') = -\frac{4\pi}{q^2} \delta(q-q') \delta(\omega-\omega') [1 + \frac{e^2}{2} \frac{4\pi}{q^2} \sum_{\substack{n,m,k;\\n_1,m_1,k_1}} \int dx G_{nmk}(x) G_{n_1m_1k_1}(-x) e^{-iqx} \delta(\omega-E_{nmk}+E_{n_1m_1k_1}).$$
(23)

Это выражение и дает спектр и интенсивность коллективных состояний.

Рассчитаем поляризационную функцию для этого случая. После интегрирования по величине  $k_1$ , имеем

$$P(q_{x}, q_{y}, q_{z}, \omega) = P(q_{r}, q_{z}, \omega) = -\frac{4\pi}{q_{r}^{2} + q_{z}^{2}} - \frac{e^{2}}{2} \sum_{\substack{n,m,k,\\n_{1},m_{1},k_{1}}} \left(\frac{4\pi}{q_{r}^{2} + q_{z}^{2}}\right)^{2} \cdot \frac{\sin(\pi R(n - n_{1})/a)}{\pi R(n - n_{1})},$$

$$\left(\frac{q_{y}^{2} - q_{x}^{2} - 2iq_{x}q_{y}}{q_{r}^{2}}\right)^{\frac{m - m_{1}}{2}} J_{m - m_{1}}(Rq_{r})\delta(\omega - E_{nmk} + E_{n_{1}m_{1}k - q_{z}}), \quad (24)$$

где 
$$q_r = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$
,  
 $E_{nmk} - E_{n_1m_1k_1} = \frac{2\pi}{a^2}(n - n_1)(1 + n + n_1) + \frac{m - m_1}{2R^2}(m + m_1) + \frac{\pi^2(k - k_1)}{2L^2}(k + k_1)$ .

В формуле (24) δ -функцию можно заменить на лоренцову или гауссову функцию формы пика.

Видим, что коллективные возбуждения в нанотрубках описываются квантовыми числами n, m, k, где (n-1) — число радиальных мод, m — число азимутальных мод, (k-1) — число продольных мод волновой функции.

Спектр одиночной нанотрубки начинается с энергии -33 эВ ниже уровня Ферми, с состояния, где нет радиальных мод ( $\sigma$ -состояния), (n-1) = 1 дают  $\pi$ -состояния, которые начинаются с -5 эВ, n = 3 —  $\delta$ -состояния. Эти состояния находятся вблизи уровня Ферми и поэтому частично заняты. Положение уровней для одностенной трубки (R = 3, 4 A) (B эВ):  $\sigma$ -состояния: 0, -6, -10, -15, -20, -24, -26, -29, -31, -32, -33; (опыт, рис.2: 0, -5, -11, -16, -20, -24, -26, -29, -31, -33),  $\pi$ -состояния — -1, -2, -4, -5 (опыт, рис. 2: 0, -2, -4, -5).

Если сравнить наши результаты для (5,5) и креслоподобные трубки того же радиуса 3,4 А, рассчитанные LCAO-методом, то заметна существенная разница между LCAO расчетом и экспериментом и несущественная разница между нашим расчетом и экспериментом, а также трудоемким численным расчетом с учетом эффектов корреляции [4]. Спектр возбуждения характеризуется квантовыми числами n, m, u k. Подход можно использовать и для фуллеренов  $C_{60}$ .

## Список литературы:

- 1. Iijima S. Helicalmicrotubules of graphitic carbon // Nature (London). 1991. V.354. N.1. P.56–58.
- Schon J.H., Kloc Ch., Batlogy B. Superconductivity at 52 K in hole-doped C<sub>60</sub> // Nature. 2000. V.408. P.549–552.
- Kasumol A. Yu., DeblockR., Kosiak M., Reulet B. et al. Supercurrent through single-walled carbon nanotubes // Science. 1999. V.284. P.1508–1511.
- Ostling, D., Tomanek D., Rosen A. Electronic structure of singlewall, multiwall, and filled carbon nanotubes // Phys.Rev.B. 1997. V.55. N.20. P.13980–13988.

Пономарев О. А. и др. — МКО — 2005, ч. 3, стр. 1125 – 1137 Ponomarev O. A. et. al. — МСЕ — 2005, vol. 3, p. 1125 – 1137

## INVESTIGATION OF SING-WALL CARBON NANOTUBES AFFINITIES

## Ponomarev O. A., Akhmetyanov R. F., Ishmaev E. H, Shikhovseva E. S.

(Russia, Pushchino, Ufa)

The exact self- consistent, collective coordinates, system equation for nanotubes was produced.