

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ КАК ЭЛЕМЕНТ ОБЩЕЙ КУЛЬТУРЫ**

**Заляпин В.И.**

(Челябинск)

Математика – единственный способ дать адекватное описание многим природным процессам и явлениям. Наличие математической компоненты в образовании любого уровня и в любом направлении становится все более актуальным и осознается все более широкой общественностью. В статье обсуждаются проблемы математического образования, содержание и методы обучения математике нематематиков.

## **MATHEMATICAL EDUCATION AS the ELEMENT of the GENERAL CULTURE**

**Zalyapin V.I.**

(Chelyabinsk)

Mathematics – is a unique way to give the adequate description to many natural processes and the phenomena. A presence of the mathematical component in education of any level and in any direction becomes more and more actual and is realized by more and more wide public. Problems of mathematical education, the contents and methods the training in mathematics of nonmathematicians are discussed in article

*Культура – (от латинского cultura – возделывание, воспитание, образование, развитие, почитание)-сфера духовной жизни людей...*  
Советский энциклопедический словарь

*Для свободных людей остается еще три предмета обучения: счет и арифметика составляют один предмет, измерение длины плоскости и глубины – второй, третий касается взаимного движения небесных светил и свойственных их природе круговращений. Трудиться над доскональным изучением всего этого большинству людей не надо, но лишь некоторым ... Однако позорно, если большинство людей не имеют необходимых сведений в этой области и пребывают в невежестве.*  
Платон, «Законы», кн.7

Доказывать необходимость математической грамотности для каждого культурного или желающего таковым считаться человека, по меньшей мере, странно. Поскольку всякая образовательная система должна быть адекватна научному и образовательному уровню общества, а в идеале – несколько их опережать, постольку несомненно, что в любой образовательной системе математика должна занимать одно из центральных мест. Являясь культурным феноменом, таким же как история, язык, музыка, религия и т.п., «... математика всегда была неотъемлемой и существеннейшей составной частью человеческой культуры, она является ключом к познанию окружающего мира, базой научно-технического прогресса и важной компонентой развития личности».(В.М.Тихомиров, [1], стр.3).

Подчеркнем, что математика – часть *культуры* в лучшем, энциклопедическом понимании этого термина и ее атрибуты – логика, доказательность, дисциплинированность мышления – могут быть востребованы и восприняты лишь в *высококультурном* обществе.

Несмотря на сравнительно невысокий образовательный уровень современного общества, (свидетельство чему – многочисленные ТВ-викторины с ужасающими по своей наивности вопросами, широко рекламируемые средствами массовой информации оккультные науки и шарлатаны самого разного толка – подробнее в [8]), понимание необходимости наличия математической компоненты в образовании любого уровня и в любом направлении становится все более актуальным и осознается все

более широкой общественностью. И не только непостижимая эффективность математики в естественно-научных дисциплинах и надежда на ее помощь в решении многочисленных проблем общества тому причиной. Но и ожидания, что математический стиль мышления, математический образ рассуждений, аккуратность и доказательность математических выводов помогут сформировать правильное мироощущение и мировосприятие и создадут предпосылки прогрессивных изменений в обществе.

Уже сегодня математические курсы, в той или иной форме совершают экспансию на образовательные территории прежде совершенно нематематизированных специальностей – историков, юристов, лингвистов, филологов и т.п. При этом на первый план выходит та сторона математики, которая в традиционных математико-потребляющих специальностях скрыта за завесой приемов, методов и способов решения конкретных задач – ее идейная сторона, то есть собственно то, что составляет главное богатство математики как науки и как части общечеловеческой культуры. Здесь очень важно, что именно эта сторона математики не может и не должна быть привязана ни к каким прагматическим целям. Предел, производная, интеграл – все это некоторые глубокие идеи, имеющие самостоятельную общечеловеческую ценность, независимо от того, что производная дает нам возможность находить, скажем, скорость, а интеграл – площади и объемы. И теорема Геделя – это тоже общечеловеческая идея, конкретизированная в частном математическом утверждении. Не более, но и не менее того.

Одной из важнейших задач такого математического образования, является задача, состоящая не столько в том, чтобы дать слушателю набор полезных для дальнейшего использования сведений, сколько в том, чтобы создать у него ясную голову. Как говорил Монтень – *«... самое главное – это прививать вкус и любовь к науке, иначе мы воспитаем просто ослов, груженых книжной премудростью ...»*

Здесь самое время отметить следующее обстоятельство – преподавание математики, конечно же, несет двоякую нагрузку – утилитарно-аппаратную и идеологически формирующую. И мы ни в коем случае не хотим умалить роль аппаратной составляющей математики в угоду идейной ее стороне. Тем более что

в подавляющем большинстве случаев чрезвычайно трудно отделить конкретную научную или техническую проблему от математической идеи, порожденной этой проблемой. Но все же! Главное богатство математики – это мир ее идей. И именно он в первую очередь должен быть донесен до слушателя, в особенности до слушателя с гуманитарными наклонностями.

*«Важно научить слушателя видеть математические понятия и понимать действие математических законов в реальном, окружающем нас мире, применять их для научного объяснения явлений. Математика должна быть тесно увязана с общекультурными ценностями и общепhilosophическими концепциями, с событиями и фактами истории, языками, литературой, искусством и музыкой.»* (Е.В.Шикин, [1], с.646)

Важную роль играет не только содержание, но и способ донесения этого содержания до слушателя. Начетничество, формализм, излишняя аксиоматичность вредят преподаванию математики и отпугивают большое количество людей, иначе с удовольствием ее изучавших бы.

Следовательно, вопрос заключается не в том, следует или не следует учить математике, а в том *кого, чему собственно, и как* следует учить математике.

На вопрос *кого* ответ очевиден – всех: в первую очередь, конечно, математиков и физиков, инженеров и техников, но не в последнюю очередь экономистов и лингвистов, философов и психологов, филологов и юристов...

**Чему?** Общепризнанно, что образование – органическое и неразделимое единство собственно образовательного процесса, фундаментальной науки и гуманитарной культуры.

Традиционно сложилась следующая «система ценностей» в преподавании математики. Преподавание для математиков, механиков и физиков предусматривает глубокое освоение основных теоретических положений, овладение приемами и навыками решения как стандартных, так и нестандартных, в том числе и прикладных задач, приобретение навыков самостоятельного научного творчества.

Для инженерно-технических специальностей на первый план выходит аппаратно-техническая составляющая математического образования, необходимая в первую очередь для качественного

усвоения избранной специальности и (в малой степени!) для успешной последующей работы.

Для инженерно-экономических специальностей важной является общая образовательная составляющая математического образования, предусматривающая широкий кругозор, осведомленность в приемах и методах решения специфических экономических задач, может быть и без тщательной проработки техники решения подобных задач.

Что касается прочих специальностей, то вопрос о содержании и глубине их математического образования до сих пор находится в стадии обсуждения (например [1], [6], [7]). Готовых формул здесь нет, однако опыт работы высококвалифицированных математиков с гуманитариями в ведущих университетах страны показывает, что дружеское взаимодействие математиков и потребителей математики позволяет путем последовательных приближений сформировать идеологию и практику гуманитарного математического образования, являющуюся одинаково приемлемой как для учителей, так и для обучаемых.

**Как?** Здесь возникает множество проблем, среди которых одной из важнейших является проблема преподавателя – математика и педагога.

История математического образования в России учит, что чем шире становился контингент обучаемых математике, тем ниже опускался уровень преподавания, и требовались неординарные усилия всего общества для поднятия этого уровня.

Математическое образования в России берет свое начало с образования в 1725 году по указу Петра I Императорской Академии наук в Санкт-Петербурге и приглашения для работы в ней крупнейших ученых того времени. Наиболее выдающимся среди последних, несомненно, был Леонард Эйлер, который и положил начало российской математической школе и системе математического образования в России.

На первоначальном этапе своего развития математическое образование (как и вообще естественнонаучное образование) носило закрытый, элитный характер. Так, например, в 1747 году в Академии было всего 30 студентов, лишь малая часть которых посвятила себя математическим исследованиям. Новых учебных заведений, особенно массовых, публичных школ было мало.

Такое положение сохранялось достаточно продолжительное время, что имело и положительную сторону – математике обучало небольшое число высококвалифицированных преподавателей и результаты этого обучения привели российскую математику на одно из ведущих мест в Европе. Свидетельство тому – создание в 1864 году Московского математического общества – это было третье по счету общество после Гамбургского (1690г.) и Амстердамского (1778 г.). Лондонское (1865 г.), Французское (1873 г.), Эдинбургское (1883 г.) и Американское (1888 г.) математические общества были созданы позднее. В этом же ряду стоит проведение Россией впервые в мире математической олимпиады для школьников в 1886 году, на несколько лет раньше, чем подобные олимпиады состоялись в Румынии и Венгрии (1894 г.).

К концу XIX века ситуация с образованием вообще и с математическим образованием в частности начинает постепенно изменяться. Запросы развивающейся промышленности, торговли, страхового бизнеса и т.п. потребовали значительного числа математически образованных людей и привели к созданию массовых общедоступных школ. Это породило новые проблемы, не последней из которых была проблема учителя. *Массовое образование* потребовало привлечения к преподаванию *массового учителя*, компетенция которого, в силу массовости была необходимо ниже желаемой. Потребовались значительные усилия выдающихся математиков и педагогов, для того чтобы не потерять уровень развития математики и математического образования, достигнутый в эпоху *элитного обучения*. И здесь существенную роль сыграли традиции математического образования, заложенные Л.Эйлером и Д.Бернулли. Программы математического образования и поддерживающие их учебники не были кардинально изменены, а эволюционировали постепенно. Эта традиция постепенной *эволюции* математического образования сохранилась вплоть до 70-х годов XX века.

Тем не менее, несмотря на все усилия, предпринятые математиками, методистами и психологами, массовость общеобразовательного процесса неизбежно снизила уровень математического образования, одновременно поставив перед обществом задачу выработки разумного соотношения между глубиной и

широтой охвата математических идей и методов и о месте математического образования в системе образования вообще.

В дореволюционной России частичное решение указанных проблем было найдено на пути создания параллельно с классическими гимназиями реальных училищ и школ, где естественнонаучное образование вообще и математическое в частности было более широким и глубоким, чем в гимназиях.

Небезынтересно отметить, что уже тогда полезность общей математической эрудиции и математической культуры в областях далеких от математики была признана общественностью.

Лучшие премьер-министры Николая II – С.Ю.Витте и П.А.Столыпин имели математическое образование. Оно, конечно, не является гарантией успешной профессиональной деятельности (и тому много примеров), но, как утверждал один из основоположников современного функционального анализа Гуго Штейнгаус, «математик сделает лучше» – если двум лицам поручить выполнение незнакомой работы, то математик, как правило, справится с порученным заданием лучше нематематика!

В советском образовании ситуация стала коренным образом меняться после Отечественной войны. Возрождающейся науке и промышленности требовались высококвалифицированные математики. Расширился контингент выпускников средних школ и студентов математических, физико-математических и механико-математических факультетов. В школах повсеместно организовывались математические кружки и классы. Крупнейшие университеты страны открывали интернаты, школы, курсы и т.п. учебные заведения, куда по конкурсу отбиралась талантливая молодежь с целью углубленного изучения математики и последующего продолжения образования на математических факультетах этих университетов. Стал выходить не имеющий аналогов в мировой издательской практике физико-математический журнал для школьников «Квант». В этой работе участвовали крупнейшие математики современности – А.Н.Колмогоров (интернат №18 при МГУ), И.М.Гельфанд (ЗМШ при МГУ), М.А.Лаврентьев (интернат при НГУ) и многие другие.

В этих классах, школах, интернатах дети занимались математикой 8-12 часов в неделю против 4-6 в обычных школах.

Однако это был порыв *вглубь*, но *не вширь*. Математическое

образование оставалось элитным, предназначенным только для особо одаренных и специальным образом отобранных школьников. Для широкого контингента изменения в математическом образовании начались с развитием реформы школьных программ (1966 г.), которую возглавил один из крупнейших отечественных математиков и педагогов А.И.Маркушевич. Математическая часть этой реформы курировалась выдающимся математиком современности А.Н.Колмогоровым.

Однако, введение в школьный курс элементов современной математики – в частности элементов анализа бесконечно малых - реформирование курса геометрии и исключение из программ многих традиционных «старых» разделов, без своевременной подготовки преподавательского корпуса, привело к тому, что прогрессивные и современные методические и педагогические новации лучших представителей математической общественности России не были реализованы. Учитель отставал от реформ и от ученика. И, несмотря на то, что необходимость реформ единодушно была признана всеми, формы и методы осуществления реформ, недостаточная методическая проработка отдельных элементов курса вызывали многочисленные нарекания, как со стороны учителей, так и со стороны ученых-математиков.

В контексте обсуждаемого вопроса для нас важно, что эта попытка реформирования школьного математического образования была попыткой реформировать его *вширь*, т.е. дать возможность *всем* учащимся, а не только избранным, познакомиться с богатством (в первую очередь) *идей* современной математики безотносительно к прикладной полезности или бесполезности последних. К сожалению, она оказалась мало успешной из-за неподготовленности преподавателей.

В свете вышеизложенного многим представляется несвоевременной даже попытка расширения сферы математического образования на нематематические специальности, тем более, что математика не располагает сегодня эффективными средствами решения гуманитарных проблем и неизвестно, будет ли располагать в будущем. Однако это неприятие экспансии математики в нематематические сферы не ново – еще в 1914 году подобные нападки, имевшие широкое распространение во Франции, были отвергнуты Эм.Борелем, как «... строго утилитарные и не



*способствующие совершенствованию образованию ...».*

Бурный количественный рост контингента обучаемых, расширение номенклатуры специальностей и пересмотр Государственных образовательных стандартов поставил математические кафедры высших учебных заведений в тяжелое положение.

Оказалось невозможным решить новые задачи в области преподавания математики старыми, хорошо освоенными методами.

Преподаватели, привычные *скрупулезно и долго* обучать *неплохо подготовленных* студентов практике нахождения пределов, дифференцированию, интегрированию и т.п. оказались не в состоянии в одночасье сменить свою образовательную парадигму. Они искренне старались работать как раньше, но у них ничего не получалось, поскольку «как раньше» - это много часов, не очень много студентов и неплохая подготовка последних. А «как теперь» - это мало часов (почти вдвое меньше в среднем по всему спектру специальностей), много студентов (иногда очень много – до 30-40 человек в группе) и недостаточная школьная подготовка (подавляющее большинство т.н. контрактников девственно чисты в области школьной математики.)

Попытки строить работу со студентами инженерно-экономических и гуманитарных направлений в соответствии с канонами, отработанными для инженеров, математиков и физиков, оказались ужасающе низкоэффективными.

Попытки отдельных специальностей самостоятельно, без привлечения профессиональных математиков, выйти из положения, излагая математику в пределах «своего разумения» силами привлеченных к преподаванию математики своих выпускников, являются не чем иным, как профанацией и могут решить только проблему оценок, но не проблему математического образования.

Ситуация осложняется широким распространением интегрированных математических пакетов и программ, создающих иллюзию, что любую проблему можно решить одним только нажатием клавиши на клавиатуре компьютера. (Особо здесь не повезло математической статистике.) И наконец неэффективная система контроля уровня усвоения материала, венчает и без того нерадостную картину, свидетельствующую о несоответствии арсенала средств и методов, которыми владеют математические

кафедры тем задачам, которые должны решаться в настоящее время в образовательной сфере.

Нам кажется, что настало время пересмотреть способы и методы обучения студентов, в первую очередь гуманитарных специальностей, с целью приведения в соответствие *математической составляющей* образования и следующих *основополагающих принципов*

- Идейная сторона математического образования должна обеспечивать современный уровень естественнонаучного взгляда на мир, формировать устойчивый и прочный фундамент для возможного последующего расширения и углубления в соответствии с потребностями специальности и/или жизненными запросами обучаемого, соответствовать стандартам высшего образования по избранной специальности.
- Аппаратная сторона математического образования должна обеспечивать знакомство с основными приемами решения стандартных прикладных задач и формировать навыки, необходимые для освоения смежных дисциплин, использующих математический аппарат как составную часть.

Подчеркнем, что при этом математическое образование должно быть *посильным и полезным*: оно должно соответствовать уровню подготовки обучаемого и уровню требований, предъявляемых Государственными образовательными стандартами к математической подготовке по избранному направлению.

*«... Математика и свойственный ей стиль мышления должны рассматриваться как существенный элемент общей культуры современного человека, даже если он не занимается деятельностью в области точных наук или техники.»*

*Обучение математике должно приводить учащихся к пониманию той роли, которая математика играет в формировании научной и философской концепции современного мира...»*

Приведенная выше сентенция является выдержкой ([3]) из решения Международной конференции ООН по народному образованию, проходившей в Женеве в июле 1956 года. Собранные там педагоги-математики хорошо понимали роль математики в современном мире и призывали всех своих коллег донести это понимание до руководителей народного образования в самых глухих уголках планеты. С тех пор прошло около 50 лет,

а задача, поставленная Женевской конференцией, до сих пор актуальна и не только в глухих уголках, но и в самых, что ни на есть цивилизованных и развитых государствах планеты ([2]).

Уже давно стало ясно, что математика – единственный способ дать адекватное описание многим природным процессам и явлениям. «Очарование» кварков или кривая Пеано, конструкции Пенроуза или метеорологические прогнозы, тайфуны или генетические коды – все эти и многие другие природные явления и процессы могут быть поняты только потому, что могут быть описаны в терминах современной математики.

Следовательно, мы все, если хотим называться, не скажу *культурными*, но просто *образованными* людьми, если мы изучаем литературу, не чужды философии, искусству; если музыка, живопись, театр органично входят в наш мир, независимо от наших профессиональных склонностей и интересов, мы должны включить в круг своих интересов и математику, математическую философию.

Математическая идеология должна стать необходимым элементом *общего образования* любого индивидуума, желающего именоваться *образованным и культурным*.

### **Литература.**

1. Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков, М., МЦНМО, 2000
2. Преподавание математики за рубежом. -/Сб. статей, М., МЦНМО, 2000
3. Математика в образовании и воспитании.,- М., Фазис, 2000
4. А.Н.Колмогоров. Математика в ее историческом развитии.- М.,Наука, 1991
5. Явление чрезвычайное. Книга о Колмогорове.- М., Фазис-Мирос, 1999
6. Е.В.Шикин. О математических курсах для сугубых гуманитариев.,- М.,МЦНМО, 2000
7. Б.В.Гнеденко. О математике. – М., УРСС, 2002
8. Э.П.Кругляков. «Ученые» с большой дороги., - М.,Наука, 2001