

## МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ «ПРОБЛЕМЫ БЕЗБИЛЕТНИКА»

Пыркина О.Е., Юданов А.Ю.

Финансовая академия при Правительстве РФ  
Кафедра математики и финансовых приложений, Кафедра экономической теории  
Россия, 125468, Москва, Ленинградский проспект, 49  
Тел. 7 (495) 456-74-41, 7 (495) 943-93-30  
e-mail: [pyrkina@fa.ru](mailto:pyrkina@fa.ru) [yudanov@yandex.ru](mailto:yudanov@yandex.ru)

Некоторые стороны хорошо известной в экономической теории классической «проблемы безбилетника» («free rider problem»), обусловленной неисключаемым характером и неконкурентностью потребления общественных благ [1], исследуются на примере моделирования распространения фальшивых денег. Последнее, помимо чисто теоретического аспекта, представляет и практический интерес, поскольку при активизации этого негативного процесса происходит очевидное нарушение нормального функционирования денежной системы.

В предлагаемом исследовании обосновывается марковское свойство [2] системы наличного денежного обращения, что позволяет применить для построения модели математический аппарат конечных цепей Маркова.

На первом этапе моделирования (обращение подлинных купюр как однородный марковский процесс) выделено три условных «хранилища» наличных денег: «кошелек», «касса», «банк». Они различаются по уровню проверки подлинности купюр при поступлении и представляют собой множество  $S = \{1, 2, 3\}$  состояний системы. Соответственно выделено три группы операций с наличностью (переходы между состояниями) и построен граф процесса денежного обращения; введена матрица переходных вероятностей. Построена матрица средних времен достижений [3], позволяющая на основе эмпирических данных оценить переходные вероятности цепи.

На втором этапе моделирования (обращение фальшивых купюр как марковский процесс с одним поглощающим состоянием) добавлено условное четвертое поглощающее состояние системы - «утиль», соответствующее исключению из оборота обнаруженных фальшивых купюр, и введена новая матрица переходных вероятностей. Выписаны уравнения, связывающие элементы матриц переходных вероятностей для купюр фальшивых и подлинных. Построена фундаментальная матрица системы [4], дающая возможность оценить среднее «время жизни» фальшивой купюры.

На примере этих моделей рассмотрен «отклик» системы наличного денежного обращения на увеличение числа фальшивых купюр в обороте. Для подобной самосогласованной системы обсуждаются варианты критериев ее устойчивости.

### Литература.

1. А.Ю. Юданов, Е.Г. Беккер. Безбилетник или фальшивомонетчик? (Об одном решении неразрешимой проблемы). В печати
2. Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия. М: Научное издательство Большая Российская энциклопедия, 1999.
3. Кемени Д. Д., Снелл Д. Л. Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970
4. Ф.С. Робертс. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим наукам. М.: Наука, 1986.