

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ СИММЕТРИИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО И СПЛЕТАЮЩИЙ ОПЕРАТОР

Лисок А.Л.¹, Трифонов А.Ю.¹, Шаповалов А.В.

Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

¹Томский политехнический университет, Россия, 634034, Томск, пр. Ленина 30,
Телефон: (3822) 418913, e-mail: lisok@tpu.ru, trifonov@tpu.ru

Нахождение в явном виде операторов симметрии для нелинейных уравнений с частными производными приводит к нелинейным операторным определяющим уравнениям. Ввиду сложности определяющих уравнений в симметричном анализе задача нахождения операторов симметрии для нелинейных уравнений в общей постановке не рассматривается. Основным объектом исследования являются симметрии – генераторы группы Ли операторов симметрии уравнения. Определяющие уравнения для симметрий линейны и для ряда уравнений решаются в явном виде. Для линейных уравнений определяющие уравнения для операторов симметрии линейны. Это приводит к идее исследовать нелинейные уравнения, для которых оператор симметрии можно найти, используя методы, применимые для линейных уравнений. Такой класс нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (названных уравнениями близкими к линейным) рассмотрен в [1].

В данной работе рассмотрено обобщенное многомерное уравнение Гросса–Питаевского (УГП) с частными производными и нелокальным кубично-нелинейным взаимодействием общего вида. С помощью метода ВКБ–Маслова построения квазиклассических асимптотик из исходного уравнения получено редуцированное УГП квадратичное по пространственным координатам и производным с нелокальным взаимодействием специального вида. Редуцированное УГП относится к классу уравнений близких к линейным в смысле работы [1] и определяет главный член квазиклассической асимптотики исходного уравнения. Развита методика, позволяющая находить в явном виде операторы симметрии редуцированного УГП с помощью решения линейных операторных уравнений и нелинейных алгебраических уравнений. В операторное уравнение входит оператор, сплетающий пару линейных операторов ассоциированных с редуцированным УГП. В явном виде найдены примеры операторов симметрии редуцированного УГП и построены семейства точных решений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», контракт № П691 и программы «Наука», контракт № 1.604.2011.

Литература.

1. *Levchenko E.A., Shapovalov A.V., Trifonov A.Yu.* Symmetries of the Fisher-Kolmogorov-Petrovskii-Piskunov equation//Journal of Mathematical Analysis and Applications V. 305, 2012. P. 716–726.