

НЕВЯЗКА КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ АСИМПТОТИКИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА-КОЛМОГороВА-ПЕТРОВСКОГО-ПИСКУНОВА

Левченко Е.А.¹, Трифонов А.Ю.^{1,2}, Шаповалов А.В.^{1,2}

¹Томский политехнический университет, Россия, 634034, Томск, пр. Ленина 30,
Телефон: (3822) 418913, e-mail: levchenkoea@tpu.ru, trifonov@tpu.ru

²Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

Для нелинейных уравнений исследование соответствия точных и асимптотических решений является принципиальной проблемой. Суть этой проблемы состоит в получении априорных оценок решений соответствующего нелинейного уравнения, равномерных по малому асимптотическому параметру.

Для обобщенного кинетического уравнения Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (ФКПП) с дополнительными нелокальными членами:

$$(D\partial_t - D^2\partial_x^2 - \langle D\partial_x, B[u] \rangle - DA[u])u(x, t) = 0, \quad (1)$$

$$A[u] = a - \kappa \int_{-\infty}^{+\infty} b(x, y, t)u(y, t)dy, \quad B[u] = V_x(x, t) + \kappa \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}_x(x, y, t)u(y, t)dy,$$

квазиклассические асимптотики построены в классе траекторно-сосредоточенных функций в [1]. Подстановка асимптотического решения в уравнение дает невязку, норма которой (например, в \mathcal{L}_2) используется в качестве критерия точности приближенного решения. В работе развит формализм, позволяющий оценить влияние исходных параметров на изменение оценки точности найденного асимптотического решения уравнения ФКПП с течением времени. Исследованы свойства невязки для функций вида

$$V(x, t) = \frac{kx^2}{2}, \quad \tilde{V}(x, y, t) = w_0 e^{-(x-y)^2/2\gamma_1^2}, \quad a = \text{const}, \quad b(x, y, t) = b_0 e^{-(x-y)^2/2\gamma_2^2},$$

где $k, w_0, a, b_0, \gamma_1, \gamma_2$ – вещественные параметры. Показано, что существуют значения параметров системы, при которых норма невязки ограничена и точность асимптотического решения сохраняется на всем временном интервале. При $k_0 = (aw_0 / b_0\gamma_1^2) - k \geq 0$ невязка стремится к нулю и асимптотическое решение стремится к точному решению. Построены зависимости нормы невязки от времени при различных значениях параметров уравнения, иллюстрирующие особенности эволюции невязки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», контракт № П691 и программы «Наука», контракт № 1.604.2011.

Литература.

1. Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Одномерное уравнение Фишера-Колмогорова с нелокальной нелинейностью в квазиклассическом приближении//Известия вузов, Физика. Т.52, 2009. Стр.14-23.