

ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ С КОНУСОМ

Чан Тхань Туан

Воронежский Государственный Педагогический Университет, Физико-математический факультет,

Россия, 394024, г. Воронеж, ул. Советская 2, общ. 1, ком. 223

Тел.: 89601238518

E-mail: tuanbg2007@mail.ru

В данной работе рассматриваются решения некоторых операторных уравнений вида $x = Ax + f$ в банаховом пространстве, полуупорядоченное конусом. Ставится задача о приближенной находении решения этих уравнений при заданных различных граничных условия.

Будем рассматривать банахово пространство E , полуупорядоченное конусом K . В этом пространстве отношение $x \succeq y$ означает, что $y - x \in K$ (см. [1]).

Теорема (О оценке решения операторного уравнения в пространствах с конусом)
Пусть:

1. В банаховом пространстве E с нормальным воспроизводящим конусом K , линейные положительные операторы A_1, A_2, B_1, B_2 удовлетворяют неравенствам $A_1 \succeq B_1, A_2 \succeq B_2$ (в смысле конуса)
2. Спектральный радиус $r(B_1 + B_2) < 1$
3. Элементы $f, f_1, g, h, x_*, x_1 \in E$ удовлетворяют неравенствам $g \succeq f \succeq h, \pm f \succeq f_1, x_* \succeq x_1$, где x_* - решение уравнения $x = B_1x + B_2x + f_1$
4. Существуют элементы $u_0, v_0 \in E$ и числа $p, q \in \mathbb{R}$, такие что
$$v_0 \preceq A_1v_0 - A_2u_0 + h + Rx_1 = v_1, u_0 \succeq A_1u_0 - A_2v_0 + g - Rx_1 = u_1$$
$$u_1 - u_0 \preceq p(v_0 - v_1), v_0 - v_1 \preceq q(u_1 - u_0),$$

где $R = (B_1 - A_1) + (B_2 - A_2)$

Тогда решение y_* уравнения $y = B_1y - B_2y + f$ удовлетворяет неравенству

$$\frac{u_1 + mv_1}{1+m} \preceq y_* \preceq \frac{v_1 + mu_1}{1+m}, \text{ где } m = \min\{p, q\} \in \mathbb{R}$$

В частности $u_1 \preceq y_* \preceq v_1$

Литература

1. Бахтин И.А. Конусы в пространствах Банаха. – Воронеж.: 1975г. Ч.1. - 183с.
2. Красносельский М.А., Лифшиц Е.А., Соболев А. В. Позитивные линейные системы: метод положительных операторов. М.: Наука, 1958. – 256с.