О МУЛЬТИПЛИКАТОРАХ МАТРИЦ ОПЕРАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМИ ПРОСТРАНСТВАМИ

Кабанко М.В., Мягченкова Е.Л.

Курский государственный университет Физико-математический факультет, каф. математического анализа и прикладной математики, Россия, 305 000, г. Курск, ул. Радищева, 33, Тел. +7(4712)56-80-61 E-mail: kabankom@mail.ru

Известно, что мультипликаторы матриц линейных ограниченных операторов, действующих в гильбертовом пространстве H не всегда являются ограниченными операторами, действующими в алгебре $B(H)$. Самый известный пример таких мультипликаторов – это оператор треугольного усечения. Этот оператор представляет собой произведение матрицы оператора на характеристическую функцию индексов $\chi_\Delta(i,j)$, где $\Delta = \{(i,j) \in \mathbb{N} | j \leq i\}$. При этом верна оценка, полученная В.И. Мацаевым, для нормы этого оператора $\frac{1}{c}\ln(1+n) \leq \|\chi_{\Delta_n}\| \leq c\ln(1+n)$ при $\Delta = \{(i,j) \in \mathbb{N} | j \leq i \leq n\}$. (см. [1])

Пусть $\overline{H} = \{H_0, H_1\}$ – гильбертова пара, где $H_0 = l_2(2^{-n}G_n)$, $H_1 = l_2(2^nG_n)$ и $G_n = \mathbb{C}$ для всех $n \in \mathbb{Z}$. Обозначим $B(\overline{H})$ алгебру ограниченных операторов, действующих в паре $\overline{H}$. Известно, что (см., например [2]) если оператор $A \in B(\overline{H})$, то элементы матрицы этого оператора удовлетворяют некоторым весовым условиям, точнее $|a_{ij}| \leq \|A\|_{B(\overline{H})}2^{-|i-j|}$. Таким образом элементы матрицы стоящие на диагоналях будут равномерно ограничены. Естественным будет рассмотрение представления алгебры $B(\overline{H})$ в интерполяционных пространствах между H_0 и H_1, например в $l_2(G_n)$, обозначаемое $(l_2(G_n), \varphi)$ (см. [3]). При этом образ $\varphi(B(\overline{H}))$ является подалгеброй в $B(l_2(G_n))$.

Пусть $M = (m_{ij})_{i,j=-\infty}^{\infty}$ некоторая матрица, тогда будем обозначать $M \circ A$ – произведение Адамара-Шура, имеющее матрицу $(m_{ij}a_{ij})_{i,j=-\infty}^{\infty}$ относительно оператора A.

Теорема. Если $A \in \varphi(B(\overline{H}))$, то оператор $\chi_\Delta(i,j) \circ A$ является ограниченным оператором в пространстве $l_2(G_n)$.

Это означает, что оператор $\chi_\Delta(i,j) : \varphi(B(\overline{H})) \longrightarrow l_2(G_n)$ является мультипликатором Шура. Более того, легко показать, что если $M \in l_\infty(\mathbb{Z}^2)$, то $M \circ A$ также будет мультипликатором Шура при $A \in \varphi(B(\overline{H}))$. Таким образом, в алгебре $B(l_2(G_n))$ возникает естественная подалгебра $\varphi(B(\overline{H}))$, для которой мультипликаторами Шура являются все элементы алгебры $l_\infty(\mathbb{Z}^2)$.

Литература.

1. *Davidson K.* Nest algebras. Tringular forms for operator algebras on Hilbert space// *Pitman Res. Notes Math. Ser.* **191**, Longman Sci. and Tech., Harlow, 1988.
2. *Кабанко М.В.* Алгебра операторов, действующих в гильбертовой паре// *Труды математического факультета ВГУ* **6**, Воронеж, 2001. С. 54-61.
3. *Кабанко М.В., Овчинников В.И.* О некоторых представлениях алгебры операторов в гильбертовой паре// *Труды математического факультета ВГУ* **5**, Воронеж, 2001. С. 32-40.