

ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЩИТОВИДНОЙ ЖЕЛЕЗЫ

Балыкина Ю.Е., Колпак Е.П.

Санкт-Петербургский государственный университет, факультет ПМ-ПУ,
Россия, 198504, Санкт-Петербург, Университетский пр., 35
E-mail: julia.balykina@gmail.com

Функциональной единицей щитовидной железы является фолликул, состоящий из фолликулярных клеток (тироцитов), которые окружают коллоид. Активированный в тироцитах йод (u_I) поступает в коллоид, где после его связывания с тиреоглобулином (u_{Tg}) образуются тиреоидные гормоны (u_{T4}), поступающие через внешнюю оболочку фолликула в кровоток.

Диффузионная модель, учитывающая образование тиреоглобулина и его связывание с образующимся гормоном за счет поступающего внутрь коллоида йодида, в сферической системе координат, имеет вид:

$$\frac{\partial u_I}{\partial t} = -a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} + D_1 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_I}{\partial r} \right),$$

$$\frac{\partial u_{Tg}}{\partial t} = \alpha a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} - a_2 u_{Tg} \frac{u_{T4}}{b_3 + u_{T4}} + D_2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_{Tg}}{\partial r} \right),$$

$$\frac{\partial u_{T4}}{\partial t} = \beta a_2 u_{Tg} \frac{u_{T4}}{b_3 + u_{T4}} + D_3 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_{T4}}{\partial r} \right).$$

В этих уравнениях D_1, D_2, D_3 – коэффициенты диффузии, $a_1, b_2, \alpha, a_2, b_3, \beta$ – константы, характеризующие скорости реакций. В качестве граничных условий принимается следующее:

на границе $r = 1$

$$v(u_I^0 - u_I) + D_1 \frac{\partial u_I}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_{Tg}}{\partial r} = 0, \quad -P_{T4} u_{T4} + D_3 \frac{\partial u_{T4}}{\partial r} = 0.$$

В центре коллоида, при $r = 0$

$$\frac{\partial u_I}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_{Tg}}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_{T4}}{\partial r} = 0.$$

Граничные условия предполагают, что йод поступает извне через оболочку в коллоид со скоростью v , с концентрацией u_I^0 , а Т4 выходит со скоростью $P_{T4} u_{T4}$ (P_{T4} – проницаемость оболочки фолликула). Диффузионный поток тиреоглобулина на этой границе равен нулю. В центральной части коллоида концентрации веществ достигают экстремума. Для решения поставленной краевой задачи предлагается использовать численные методы.