НЕТЕРОВЫ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ, НЕ РАЗРЕШЕННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ

Чуйко С.М., Старкова О.В.

Славянский государственный педагогический университет,
Украина, 84112, Славянск, ул. Лозановича, 14-31, e-mail: chujko-slav@inbox.ru

Исследована задача о нахождении решений $z(t,\varepsilon)\in C^1[a,b],\ C[0,\varepsilon_0]$ нетеровой $(m\neq n)$ краевой задачи [1]

$$dz/dt = A(t)z + f(t) + \varepsilon Z(z,z',t,\varepsilon),\ \ell z(\cdot,\varepsilon) = \alpha + \varepsilon J(z(\cdot,\varepsilon),z'(\cdot,\varepsilon),\varepsilon), \qquad (1)$$

которые при $\varepsilon = 0$ обращаются в решение $z_0(t)\in C^1[a,b]$ порождающей задачи

$$dz_0/dt = A(t)z_0 + f(t),\quad \ell z_0(\cdot,\varepsilon) = \alpha,\quad A(t)\in \mathbb{R}^{n\times n},\quad f(t)\in \mathbb{R}^n,\quad \alpha\in \mathbb{R}^m \qquad (2)$$

Здесь $A(t)$ – непрерывная матрица, $Z(z,z',t,\varepsilon)$ – нелинейная вектор-функция, линейная по z': $Z(z,z',t,\varepsilon) := V(z,t,\varepsilon) + W(z,t,\varepsilon)z'$. Вектор-функция $V(z,t,\varepsilon)$ и матрица $W(z,t,\varepsilon)$ непрерывно дифференцируемы по неизвестной z в малой окрестности решения порождающей задачи и непрерывно дифференцируемы по малому параметру ε на отрезке $[0,\varepsilon_0]$; $\ell z(\cdot,\varepsilon)$ – линейный и $J(z(\cdot,\varepsilon),z'(\cdot,\varepsilon),\varepsilon)$ – нелинейный векторные функционалы, причем второй функционал непрерывно дифференцируем по неизвестной *z,* ее производной z' и по малому параметру ε в малой окрестности решения порождающей задачи (2), его производной и на отрезке $[0,\varepsilon_0]$; $Q = \ell X(\cdot)$ – постоянная $(m\times n)$-мерная матрица, P_{Q^*} – ортопроектор [1] матрицы Q^*.

Лемма. *Если в критическом случае* $(P_{Q^*}\neq 0)$ *невырожденная*

$$\det(I_n - W(z,t,\varepsilon))\neq 0,\quad (I_n - W(z,t,\varepsilon))^{-1}\in C^1[\|z-z_0\|\le q],\ C[a,b],\ C[0,\varepsilon_0]$$

краевая задача (1) *имеет решение* $z(t,\varepsilon)\in C^1[a,b],\ C[0,\varepsilon_0]$, *при* $\varepsilon = 0$ *обращающееся в порождающее* $z_0(t,c_r^*)$, *то вектор* $c_r^*\in\mathbb{R}^n$ *удовлетворяет уравнению для порождающих констант*

$$F(c_r) := P_{Q^*}\left\{ J(z_0(\cdot,c_r),z_0'(\cdot,c_r),0) - \ell K\left[Z(z_0(s,c_r),z_0'(s,c_r),s,0)\right](\cdot)\right\} = 0. \qquad (3)$$

Здесь $K\left[f(s)\right](t)$ – оператор Грина задачи Коши для порождающей дифференциальной системы (2). Нами получены достаточные условия существования по меньшей мере одного решения невырожденной задачи (1) в случае простых корней уравнения (3), обобщающие соответствующие результаты [1,2].

Литература.

1. *Boichuk A.A., Samoilenko A.M.* Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems. – Utrecht; Boston: VSP, 2004. – XIV. – 317 p.
2. *Чуйко С.М., Старкова О.В., Пирус О.Е.* Нелинейные нетеровы краевые задачи, не разрешенные относительно производной // Динамические системы. – **Т. 30**, №1-2. – 2012. – С. 169 – 186.