

# ОСНОВНОЙ И КОМБИНАЦИОННЫЙ РЕЗОНАНСЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Люлько Н.А.

Институт Математики имени С.Л.Соболева СО РАН, лаборатория дифференциальных уравнений и смежных вопросов анализа, Россия, 630078, г.Новосибирск, ул. Блюхера 17, кв.37, Тел.: 8-923-1979374, факс:(383)351-38-11, E-mail:natljl@mail.ru

В [1] построена математическая модель водонефтяных газосодержащих слоистых систем. Показано, что при периодических внешних возмущениях в линеаризованной распределенной системе возникает параметрический резонанс, приводящий к разрушению всей системы. В данной работе <sup>1</sup> рассматривается задача Коши для нелинейной системы двух осцилляторов

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_1^2\right)u = f, \quad (1)$$

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_2^2\right)f = q\left(\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_1^2\right)u^2 + \varepsilon\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_2^2\right)(u \sin(\omega t))\right),$$

являющейся модельной для нелинейной системы в [1]. Здесь  $q, \varepsilon > 0$  - малые параметры,  $\omega$  - частота внешнего возмущения,  $\sigma_1, \sigma_2, \omega_1, \omega_2 > 0$  - параметры модели. Невозмущенная система (1) ( $\varepsilon = 0$ ) имеет в окрестности нуля бесконечное число квази-периодических решений с базисом частот  $\sigma_1, \sigma_2$ .

Цель работы - исследование характера неустойчивости начала координат у системы (1) при  $\omega = 2\sigma_1$  (основной резонанс) и при  $\omega = \sigma_1 + \sigma_2$  (комбинационный резонанс). Основным подходом при решении этой задачи является применение метода Крылова-Боголюбова-Митропольского к системе (1) и анализ усредненной автономной системы следующего вида:

$$\dot{\Psi} = q\varepsilon A\Psi + q^2 S(\Psi^3), \quad (2)$$

где  $A$  - постоянная матрица,  $S(\Psi^3)$ - форма третьей степени относительно  $\Psi \in C^4$ . Для системы (2) найдены два независимых интеграла (в случае обоих резонансов), позволяющие построить фазовый портрет системы (2) при всех значениях  $q, \varepsilon$ , и определить максимальную амплитуду колебаний системы (2), а, следовательно, и системы (1). Доказано, что неустойчивость нулевого решения системы (1) при  $\omega = 2\sigma_1$  и  $\omega = \sigma_1 + \sigma_2$  имеет место, если  $\frac{q}{\varepsilon} \rightarrow 0$ .

Литература.

1. Белоносов В.С., Доровский В.Н. и др. Гидродинамика газосодержащих слоистых систем// Успехи механики 3, 2, 2005. Стр.37-70.

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 15 и Междисциплинарного Интеграционного Проекта СОРАН № 30.