ОБРАЩЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА В ВЫРОЖДЕННОМ СЛУЧАЕ

Е.В. Харитонова
Южно-Уральский государственный университет
454080, Челябинск, пр. Ленина 76,
механико-математический факультет,
(351)-267-9971, e-mail: alena@math.susu.ac.ru

Одним из возможных путей восстановления сигнала $u(t)$ по наблюденному в эксперименте сигналу $x(t)$ является обращение оператора связи, что приводит к задаче решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода относительно функции $u(t)$ при заданной $x(t)$. Наблюдаемая в эксперименте функция $x(t)$ является решением уравнения

$$L[x] = x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + \cdots + a_1(t)x' + a_0(t)x = u(t),\ t \in [a, b] \tag{1}$$

и удовлетворяет линейным краевым условиям

$$U_i(x) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots n. \tag{2}$$

Если задача (1)-(2) однозначно разрешима, то, как известно, существует однозначно определяемая функция Грина $G(t, s)$ такая, что имеет место равенство

$$\int_a^b G(t, s)u(s)ds = x(t). \tag{3}$$

Соотношение (3) является искомым обращением оператора (1)-(2).

Если же однородная задача (1)-(2) обладает нетривиальными решениями, то, при некоторых дополнительных предположениях существует т.н. *модифицированная функция Грина*, играющая в задаче обращения ту же роль.

Теорема. (Об интегральном представлении решения вырожденной задачи)

Пусть однородная задача (1)-(2) имеет нетривиальные решения и пусть размерность пространства ее решений равна $1 \leq m \leq n - 1$, пусть, кроме того, выполнено условие разрешимости полуоднородной задачи. Тогда всякое решение полуоднородной задачи представимо в виде

$$x(t) = \int_a^b G(t, \tau)u(\tau)d\tau + \sum_{i=1}^{m} x_i\varphi_i(t),$$

где $\{\varphi_i(t),\ i = 1, 2, \ldots, m\}$ – фундаментальная система решений однородного уравнения, а коэффициенты x_i могут быть однозначно определены.

.