

О СЛАБЫХ РЕШЕНИЯХ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ГРАФЕ.

Волкова А.С.

Воронежский государственный университет,
математический факультет,
кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей.
Россия, 394050, г. Воронеж, ул. Тридцатого Октября, д. 75, тел.: 8919 2319789,
E-mail: volan100@mail.ru.

Рассматривается следующая краевая задача для уравнения теплопроводности на графе Γ :

$$(Lu)(x,t) \equiv u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = f(x,t), (x,t) \in \Gamma_T, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), x \in \Gamma, \quad u|_{\partial\Gamma_T} = 0, \quad (2)$$

здесь $f(x,t) \in L_2(\Gamma_T)$, $\Gamma_T = \Gamma_0 \times (0,T)$, $\partial\Gamma_T = \partial\Gamma \times (0,T)$ (используемые обозначения приведены в [1]). Обозначим через $\Omega(\Gamma_T, J(\Gamma))$ множество элементов пространства $W_2^{2,1}(\Gamma_T)$, чьи следы определены на всех $\Gamma_{\{t_0\}} = \Gamma_0 \times \{t_0\}, t_0 \in (0,T)$, как функции класса $W_2^1(\Gamma)$, непрерывны по $t \in (0,T)$ в норме $W_2^1(\Gamma)$, а также выполняются соотношения $\sum_{\gamma_j \in R(\xi)} u_x(1,t)_{\gamma_j} = \sum_{\gamma_j \in r(\xi)} u_x(0,t)_{\gamma_j}$ для всех $\xi \in J(\Gamma)$; $\Omega_0(\Gamma_T, J(\Gamma))$ – множество функций из $\Omega(\Gamma_T, J(\Gamma))$, обращающихся в нуль на $\partial\Gamma_T$. Пусть $W_2^{2,1}(\Gamma_T, J(\Gamma))$, $W_{2,0}^{2,1}(\Gamma_T, J(\Gamma))$ – замыкания $\Omega(\Gamma_T, J(\Gamma))$, $\Omega_0(\Gamma_T, J(\Gamma))$ по норме $W_2^{2,1}(\Gamma_T)$, соответственно.

Определение. Решением класса $W_2^{2,1}(\Gamma_T)$ краевой задачи (1)-(2) называется функция $u(x,t) \in W_{2,0}^{2,1}(\Gamma_T, J(\Gamma))$, удовлетворяющая почти всюду в Γ_T уравнению (1) и равная $\varphi(x)$ при $t = 0$.

Теорема. Задача (1)-(2) однозначно разрешима в пространстве $W_{2,0}^{2,1}(\Gamma_T, J(\Gamma))$.

Литература.

1. Волкова А.С. Краевая задача для эллиптического уравнения на графе в соболевских пространствах // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования. Материалы конференции, Воронеж, 2012. – С. 73-76.