МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Комарова Е.С.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
факультет вычислительной математики и кибернетики,
лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса;
Россия, 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова,
2-й учебный корпус, факультет ВМК
Тел.: (495) 939-14-80, E-mail: i_lena@bk.ru

Исследуется трехмерная задача о нестационарном течении вязкой жидкости в прямоугольной области с дополнительным расширением одной стенки. Область имеет следующие геометрические размеры: длина $L_x=2$, высота $L_y=1$, ширина $L_z=2$ с расширением в нижней стенке. В начальный момент времени область заполнена покоящейся вязкой несжимаемой жидкостью. Течение возникает за счет инжекции такой же жидкости при x=0. Предполагается, что за границей $L_x=2$ находится пространство, также заполненное этой же жидкостью. При необходимости, можно проводить расчеты и для области с большей исследуемой длиной.

В математической постановке эта задача сводится к нахождению трех компонент скорости u, v, w и температуры T из системы уравнений Навье-Стокса вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\gamma M^2}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\gamma M^2}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\gamma M^2}\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{1}{\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+(\gamma-1)\frac{M^2}{\mathrm{Re}}\Phi,$$ где

$$\Phi=2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2$$ -

диссипативная функция. Для выяснения точности расчетов применяется интегральный закон сохранения массы. К этой системе добавляются соответствующие граничные и начальные условия. Данная задача решается методом покоординатного расщепления.

Расчеты проводились на многопроцессорном вычислительном комплексе "Regatta". Получены вихревые структуры течения, близкие по своим характеристикам к турбулентному течению. Проведено сравнение полученных структур течения с результатами экспериментов, проводимых в лабораторных условиях, описанных в литературе.