

ИССЛЕДОВАНИЕ ШУМОИНДУЦИРОВАННЫХ ПЕРЕХОДОВ В ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ В ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Курушина С.Е.

Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева, каф. физики,
443086, г. Самара, ул. Московское шоссе, 34,
Тел.: 2637021, kurushina72@mail.ru

Изучена возможность применения приближения среднего поля (МФТ) для исследования шумоиндуцированных переходов в двухкомпонентных системах реакция-диффузия:

$$\frac{\partial x_1}{\partial \tau} = F_1(x_1, x_2) - g_1(x_1, x_2)f_2(\mathbf{x}, \tau) + D_1 \nabla^2 x_1, \quad \frac{\partial x_2}{\partial \tau} = F_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)f_2(\mathbf{x}, \tau) - g_2(x_1, x_2)f_1(\mathbf{x}, \tau) + D_2 \nabla^2 x_2$$

Здесь x_m – компоненты системы, F_m, g_m – детерминированные функции, f_m – случайные поля с заданными статистическими характеристиками, D_m – коэффициенты диффузии ($m=1,2$).

Получено уравнение Фоккера-Планка в интерпретации Стратоновича для двумерной плотности вероятности совместного распределения величин $P(x_{1i}, x_{2i}, \tau)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(x_{1i}, x_{2i}, \tau)}{\partial \tau} = & - \frac{\partial}{\partial x_{1i}} \left[F_{1i} + D_1 [\langle x_{1j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle - x_{1i}] - g_{1i} c_{20} \left(\frac{\partial}{\partial x_{1i}} - \frac{\partial}{\partial x_{2i}} \right) g_{1i} \right] P(x_{1i}, x_{2i}, \tau) - \\ & - \frac{\partial}{\partial x_{2i}} \left[F_{2i} + D_2 [\langle x_{2j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle - x_{2i}] - g_{1i} c_{20} \left(\frac{\partial}{\partial x_{2i}} - \frac{\partial}{\partial x_{1i}} \right) g_{1i} - g_{2i} c_{10} \frac{\partial}{\partial x_{2i}} g_{2i} \right] P(x_{1i}, x_{2i}, \tau), \end{aligned} \quad (1)$$

где $c_{m|i-j}$ – подходящая дискретизация пространственных компонент функций корреляции полей f_m , d – размерность пространства задачи, $\langle x_{1j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle, \langle x_{2j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle$ – условные средние в соседних точках, i, j – номер точки дискретной решетки, полученной после дискретизации непрерывного пространства системы [1].

Учитывая, что x_{1i} и x_{2i} связаны, здесь приближение среднего поля должно заключаться в предположении, что условные средние $\langle x_{1j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle, \langle x_{2j} | x_{1i}, x_{2i} \rangle$ в (1) заменяются на условные средние $\langle x_{1i} | x_{2i} \rangle$ и $\langle x_{2i} | x_{1i} \rangle$, соответственно.

Анализ ур. (1) показывает, что для него невозможно записать стационарное решение даже в неявном виде. Численное нахождение стационарного решения невозможно, если в функциях F_{1i}, F_{2i}, g_{1i} имеются разрывы второго рода. При дискретизации непрерывного пространства системы есть произвольный элемент, который может привести к некорректности применения самого приближения среднего поля. Отметим еще, что приближение среднего поля не применимо в окрестности точки перехода [1].

Все изложенное ограничивает применение МФТ для рассматриваемых задач.

Литература

1. Ibañes M., García-Ojalvo J., Toral R., Sancho J.M. Noise-induced phase separation: Mean-field results // Phys. Rev. E, **60**, 1999. P. 3597.