ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ CGS С ПЕРЕМЕННОЙ СИЛОЙ СМЕРТНОСТИ

Л.Л.Делицын

Московский государственный университет культуры и искусств
Институт информационных коммуникаций и библиотек
Кафедра прикладной информатики
Россия, 141406, Московская обл., г. Химки,
ул. Библиотечная, д.7
Тел.: (495) 570-33-22; E-mail: L.Delitsin@yahoo.com

Классические логистические модели распространения новвовведений не учитывают воспроизводство населения, что существенно ограничивает их применение. Аналитическая модель CGS [1] описывает распространение инновации в *стабильной* (экспоненциально растущей) популяции, однако справедлива лишь для постоянной силы смертности μ , не характерной для человеческого общества. Мы предполагаем, что плотности (на единицу возраста) количества пользователей $x(t,\pi)$ и потенциальных пользователей $y(t,\pi)$ нововведения, рожденных в момент π , при $t \geq \pi$ удовлетворяют системе нелинейных функционально-дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial x}{\partial t} = (p + q\eta(t))y - \mu(t,\pi)x, \qquad \frac{\partial y}{\partial t} = -(p + q\eta(t))y - \mu(t,\pi)y \qquad (1)$$

с нелокальными граничными условиями для поколений (при $t \geq 0$)

$$x(t,t) = b_x X(t) + b_y Y(t), \qquad y(t,t) = (b - b_x)X(t) + (b - b_y)Y(t), \qquad (2)$$

где

$$X(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t;\pi)d\pi, \qquad Y(t) = \int_{-\infty}^{t} y(t;\pi)d\pi, \qquad (3)$$

$$\xi(t) = X(t)/K(t), \qquad \eta(t) = Y(t)/K(t). \qquad (4)$$

С целью решения (1) введем две вспомогательные функции времени

$$u(t) = \exp\left(\int_0^t (p + q\eta(\theta))d\theta\right) \quad \text{и} \quad v(t) = \eta(t)u(t), \qquad (5)$$

которые удовлетворяют системе линейных интегральных уравнений Вольтерра

$$u(t) = e^{(p+q)t} - q\int_0^t e^{(p+q)(t-\theta)}v(\theta)d\theta, \qquad (6)$$

$$v(t) = \eta_0(t) + \frac{b - b_x}{b}\int_0^t \rho(t,\theta)u(\theta)d\theta + \frac{b_x - b_y}{b}\int_0^t \rho(t,\theta)v(\theta)d\theta. \qquad (7)$$

Для стабильной популяции оба уравнения (6) и (7) превращаются в уравнения свертки, что позволяет применить преобразование Лапласа для их решения, а затем решить (1).

Литература.

1. Centrone F., Goia, A., Salinelli E. Demographic processes in a model of innovation diffusion with a dynamic market // Technological Forecasting and Social Change, 74, 2007. – pp. 247-266.