

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЕ РАЗНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ БЛЭКА-ШОУЛЗА

Васильева Т.А.

Волгоградский госуниверситет, Россия, 400062, Волгоград, Университетский проспект,
100, (8442) 460261, tatiana_vas@mail.ru

В связи с бурным развитием биржевой торговли ценными бумагами, в особенности опционами, также бурно, начиная с 1973 года, после выхода статьи Ф. Блэка и М. Шоулза [1], стала развиваться финансовая математика. В статье [1], авторы получили дифференциальное уравнение для цен финансовых производных, зависящих от цены акции, не выплачивающей дивидендов. С тех пор, теория оценивания опционов обросла мощным математическим аппаратом, включающим в себя стохастические, интегро-дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных. Методы решения этих уравнений с учетом финансовой направленности также активно развиваются как из традиционных методик, разработанных ранее, так и создаются новые.

Настоящая работа посвящена численному решению одного из нелинейных уравнений Блэка-Шоулза относительно цены опциона. Уравнение составлено для случая, когда хеджирующая стратегия влияет на цену подлежащего ресурса [2,3]

$$u_t + \frac{\sigma^2 S^2}{2} \frac{u_{SS}}{(1 - \rho S \lambda(S) u_{SS})^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь $u = u(S, t)$ - стоимость опциона при любой стоимости ресурса (акции) $S \geq 0$, в любое время $0 \leq t \leq T$, где t - общее время, T - время исполнения опциона. $\lambda = \lambda(S)$ - функция, зависящая от S , σ - волатильность, ρ - параметр.

В настоящей работе уравнение (1) решалось разностной схемой с весами при различных значениях весового коэффициента и соответствующих граничных условиях, необходимых для старта данного метода при моделировании Европейских опционов «пут» и «колл». Методическими расчетами обнаружена плохая обусловленность системы линейных алгебраических уравнений, к которой сводится численное решение уравнения (1) (в рассмотренных примерах число обусловленности было более 10000). Для нахождения решения в этом случае применялась процедура регуляризации.

Литература

1. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // *Journal of Political Economy* V.81, №3, 1973.
2. Bordag L.A. New types of solutions for nonlinear Black-Scholes model. – Abstracts of the twelfth General meeting EWM, Volgograd State University, 2005. 23-26.
3. Chmakova A. Y. Symmetriereduktionen und explicite Losungen fur ein nichtlineares Modelleines Preisbildungsprozesses in illiquiden Markten, PhD thesis, BTU Cottbus, 2005.