

КЛАСС НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ СИММЕТРИИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА-КОЛМОГОРОВА-ПЕТРОВСКОГО- ПISКУНОВА С КВАДРАТИЧНЫМ ОПЕРАТОРОМ

Шаповалов А.В.^{1,2}, Левченко Е.А.,² Трифонов А.Ю.^{1,2}

¹Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

²Томский политехнический университет, Россия, 634034, Томск, пр. Ленина 30,
Телефон: (3822) 418913, e-mail: levchenkoea@tpu.ru, trifonov@tpu.ru

Основным математическим аппаратом исследования симметрии дифференциальных уравнений является теория непрерывных групп Ли преобразований, оставляющих инвариантным уравнение. Нахождение группы симметрии сводится к решению линейной системы определяющих уравнений для инфинитезимального оператора (генератора) группы Ли. Однако вопрос о нахождении в явном виде операторов симметрии (ОС) нелинейных уравнений прямыми методами, не связанными с группами Ли, мало изучен. По определению, оператор симметрии оставляет инвариантным множество решений уравнения. В общей постановке такая задача не имеет конструктивного решения ввиду значительных математических трудностей. Поэтому естественно искать ОС для нелинейных уравнений специального вида, свойства которых, до известной степени, подобны свойствам линейных уравнений. Примером таких уравнений является нелокальное обобщение известного уравнения Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (ФКПП), описывающего популяционную динамику, с оператором, квадратичным по независимым переменным и производным.

В работе для данного обобщения уравнения ФКПП построен класс операторов симметрии специального вида. Решение задачи Коши для нелокального уравнения ФКПП получается из решения вспомогательного линейного ассоциированного уравнения и нелинейных алгебраических условий. Построенные операторы симметрии представляют собой композицию фундаментального сплетающего оператора и оператора симметрии линейного ассоциированного уравнения. В частном случае найден счетный набор операторов симметрии и с их помощью сгенерирован счетный набор точных решений для одномерного нелокального уравнения ФКПП.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Государственного задания ВУЗам «Наука», регистрационный номер 1.604.2011, и темы 2.3684.2011 Томского Государственного университета.