СИНХРОНИЗАЦИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО АТТРАКТОРА

С. Т. Белякин, С. П. Кузнецов[1]

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
физический факультет, каф. общей физики, Россия, 119991, г.Москва, Ленинские Горы, тел. (495) 939-51-56, e-mail: bst@newmail.ru
[1]Саратовский филиал Института радиотехники и электроники,
Россия, 410019, г. Саратов, ул. Зеленая 38, тел. (452) 278-68-5, e-mail: spkuz@yandex.ru

Как известно, хаотические системы чрезвычайно чувствительны к внешним воздействиям. Эта особенность послужила предпосылкой для создания новых методов управления нелинейными системами и подавления в них хаоса. В данной работе изучается возможность стабилизации хаотических колебаний в системах с гиперболическим типом аттрактора посредством обратной связи и синусоидального возмущения.

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ — замкнутое топологически транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t\geq 0} f^n U$. К хорошо известным гиперболическим аттракторам относятся соленоид Смейла-Вильямса и аттрактор Плыкина.

Соленоид Смейла-Вильямса получается посредством преобразования в себя тороидальной области $\mathbf{T} = S^1 \times D^2$, где S^1 — единичная окружность, а D^2 — единичный диск в $\mathbf{R^2}$. Тогда $f : \mathbf{T} \to \mathbf{T},\ f(x, y, \varphi) = \left(\frac{1}{k}x + \frac{1}{2}\cos\varphi,\ \frac{1}{k}y + \frac{1}{2}\sin\varphi,\ 2\varphi\right)$, где значение $k > 2$ определяет сжате “по толщине”, задает соленоид как подмножество $\mathbf{T} \subset \mathbf{R^3}$.

Долгое время считалось, что гиперболические аттракторы являются искусственными математическими конструкциями. Но недавно в работах [1,2] были построены системы, имеющие в фазовом пространстве множество, по своим свойствам очень похожее на аттрактор Смейла–Вильямса. Одна из таких систем имеет вид [2]:

$$
\begin{aligned}
\dot{x_1} &= \left(1 - q + \tfrac{1}{2}p - \tfrac{1}{50}\,(1-p)^2\right) x_1 + \epsilon_1\left(x_2^2 - y_2^2\right),\\
\dot{y_1} &= \left(1 - q + \tfrac{1}{2}p - \tfrac{1}{50}\,(1-p)^2\right) y_1 - \epsilon_1 x_2 y_2 + D(K,\omega),\\
\dot{x_2} &= (p-1)\,x_2 - \epsilon_2 x_1,\\
\dot{y_2} &= (p-1)\,y_2 - \epsilon_2 y_1.
\end{aligned}
$$

В настоящей работе показано, что посредством обратной связи y_1 и периодического возмущения вида $D(K,\omega) \to K(a\sin\omega t - y_1)$ можно выводить данную систему на регулярный хаотический и циклический режим.

Данный использованный метод внешнего возмущения не является единственным. Метод Пирагаса,также может быть использован для экспериментального воплощения в управлении хаотической динамики.

Литература.

1. *Kuznetsov S.P.* Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 144101.
2. *Kuznetsov S.P., Pikovsky A.* Physica D 232 (2007) 87.