

## НАХОЖДЕНИЕ ЗАКРЫТОГО ВЫРАЖЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СУММ

Кручинин В.В., Перминова М.Ю.

ТУСУР, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 40, kru@2i.tusur.ru

Полиномы являются важным объектом исследования в математике. В данной работе будут рассмотрены степени полиномов, которые необходимы при решении функциональных уравнений и нахождении закрытых выражений коэффициентов композиции производящих функций [1]. Далее рассматривается задача нахождения закрытого выражения коэффициентов  $k$ -ой степени полинома при условии минимума числа сумм в полученном выражении.

Введём ряд обозначений:  $A_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$  — полином;  $[A_n(x)]^k = \sum_{n \geq k} A^\Delta(n, k) x^n$  —  $k$ -ая степень полинома  $A_n(x)$ ;  $\mu(A_n(x))$  — целое число, обозначающее количество сумм в закрытом выражении коэффициентов  $A^\Delta(n, k)$   $k$ -ой степени полинома;  $D(A_n(x) : B_p(x), G_l(x), \dots, F_r(x))$  — множество всех декомпозиций полинома  $A_n(x)$ , где  $B_p(x), G_l(x), F_r(x)$  — полиномы порядка  $p, l$  и  $r$  соответственно.

Теперь можно формализовать критерий данной задачи:  $\mu(A_n(x)) \rightarrow \min$  на множестве  $D(A_n(x))$ . Используя операции сложения, умножения и композиции производящих функций [2], а также алгоритм получения степени полинома, можем оценить  $\mu(A_n(x))$ :

1.  $\mu(A_n(x)) = \mu((ax + bx^2)^k) = 0$ .
2.  $\mu(A_n(x)) = n - 2$  (алгоритм получения степени полинома [2]).
3.  $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(x) + G_l(x)) = 2 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$ .
4.  $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(x) \cdot G_l(x)) = 1 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$ .
5.  $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(G_l(x))) = 1 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$ .

Для случая (1) закрытое выражение коэффициентов имеет вид  $\binom{k}{n-k} a^{2k-n} b^{n-k}$ , откуда  $\mu(A_n(x)) = 0$ . Для случая (2) —  $\mu(A_n(x)) = n - 2$ . Применение случаев (3–5) позволит получить  $\mu$  в границах  $0 \leq \mu(A_n(x)) \leq n - 2$ . В докладе будут рассмотрены примеры.

### Литература.

1. Кручинин В.В., Перминова М.Ю. Метод получения выражений коэффициентов композиции производящих функций // Тезисы докладов. Двадцатая международная конференция «Математика. Компьютер. Образование», 2013. Стр. 106.
2. Кручинин В.В., Кручинин Д.В. Степени производящих функций и их применение. — Томск : изд-во ТУСУР, 2013. 236 стр.