

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Люлько Н.А., Кудрявцев А. Н.¹

Институт Математики имени С.Л.Соболева СОРАН, Россия, 630090, г.Новосибирск, пр. Коптюга, 4 Тел.: 8-923-1979374, E-mail:natly1@mail.ru

¹Институт теоретической и прикладной механики имени С.А.Христиановича СОРАН, Россия, 630090, г.Новосибирск, ул.Институтская, 4/1 Тел.: 8-913-7107399, E-mail:alex@itam.nsc.ru

В [1] построена математическая модель водонефтяных газосодержащих слоистых систем. Показано, что при периодических внешних возмущениях в линеаризованной распределенной системе возникает параметрический резонанс, приводящий к разрушению всей системы. В данной работе ¹ рассматривается задача Коши для нелинейной системы двух осцилляторов

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_1^2\right)u = f, \quad (1)$$

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_2^2\right)f = q\left(\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_1^2\right)u^2 + \varepsilon\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_2^2\right)(u\sin(\omega t))\right),$$

являющейся модельной для нелинейной системы в [1]. Здесь $q > 0$ - малый параметр, ω - частота внешнего возмущения, $\varepsilon > 0$ - амплитуда внешнего возмущения, $\sigma_1, \sigma_2, \omega_1, \omega_2 > 0$ - параметры модели.

В [2] доказано, что при частоте $\omega = 2\sigma_1$ в (1) возникает основной резонанс, а при частоте $\omega = \sigma_1 + \sigma_2$ - комбинационный резонанс. Для исследования характера неустойчивости нулевого решения системы (1) используется метод Крылова-Боголюбова, позволяющий свести эту задачу к анализу нелинейной автономной усредненной системы, соответствующей (1). В [2] построены фазовые портреты и найдены независимые интегралы усредненных систем, позволяющие находить максимальную амплитуду колебаний при резонансах.

Цель настоящей работы - численное решение исходной системы и сравнение полученных решений с решениями, найденными с помощью метода усреднения. Для расчета исходной системы используется 6 - стадийная, сохраняющая сильную устойчивость (SSP, Strong Stability Preserving) схема Рунге-Кутты 5-го порядка, позволяющая воспроизводить точное решение даже на очень больших временах.

Литература.

1. Белоносов В.С., Доровский В.Н. и др. Гидродинамика газосодержащих слоистых систем// Успехи механики 3, 2, 2005. Стр.37-70.
2. Люлько Н.А. Основной и комбинационный резонансы в нелинейной системе двух осцилляторов //Препринт № 281, ИМ СОРАН, 2012, 33 стр.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 15 и Междисциплинарного Интеграционного Проекта СОРАН № 30.