АВТОМАТНО-ЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Левин В.И.
Пензенский государственный технологический университет, e-mail: vilevin@mail.ru

В настоящее время человеческая деятельность распространяется на ряд областей, которые связаны не с математикой, опирающейся на теорию множеств (анализ, алгебра и т.д.), а с преобразованиями самих множеств (распознавание образов, определение взаимоупорядоченности объектов и событий, поиск данных в массивах, проектирование вычислительных процессов и другие [2]. Предлагается использовать автоматно-логический подход. При этом конечный динамический автомат оказывается адекватной математической моделью различных операций над множествами, а алгебра непрерывной логики – адекватным математическим аппаратом для эффективного вычисления множества – результата операций.

Математическая постановка задачи: задана совокупность n непрерывных множеств $A_1,..., A_n$, имеющих вид последовательностей непересекающихся отрезков

$$\begin{aligned} A_1 &= \{[a_{11}, b_{11}], [a_{12}, b_{12}],..., [a_{1m_1}, b_{1m_1}]\}; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_n &= \{[a_{n1}, b_{n1}], [a_{n2}, b_{n2}],..., [a_{nm_n}, b_{nm_n}]\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим некоторую заданную суперпозицию $\mathbf{F}$ обычных теоретико-мно-жественных операций $\cup$ (объединение), $\cap$ (пересечение), $\bar{\ }$ (дополнение), совершаемых над совокупностью $A = (A_1, A_2,..., A_n)$. Любая из операций $\cup, \cap, \bar{\ }$ над множествами $A_1, A_2,..., A_n$ дает множество того же вида последовательности непересекающихся отрезков, что и каждое множество $A_1, A_2,..., A_n$, т.е. вида (1). Отсюда следует, что и заданная суперпозиция $\mathbf{F}(A_1, A_2,..., A_n)$ операций $\cup, \cap, \bar{\ }$ над совокупностью $A = (A_1, A_2,..., A_n)$ имеет результатом множество B того же вида (1), т.е.

$$B \equiv \mathbf{F}(A_1, A_2,..., A_n) = \{[c_1, d_1], [c_2, d_2],..., [c_N, d_N]\}, \quad (2)$$

Надо ответить на 4 вопроса: 1) можно ли выразить результирующее множество B через исходные множества $A_1, A_2,..., A_n$ в аналитической форме, т.е. выразить числовые параметры $c_k, d_k, k = \overline{1, N}$ множества B как функции $f_k, \varphi_k, k = \overline{1, N}$ от числовых параметров $a_{ij}, b_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m_i}$ множеств $A_1,..., A_n$ (1)?; 2) Какова та алгебра вещественных чисел, с помощью операций которой можно выразить функции $f_k, \varphi_k, k = \overline{1, N}$?; 3) Существует ли алгоритм построения нужных нам аналитических зависимостей $c_k, d_k, k = \overline{1, N}$ от $a_{ij}, b_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m_i}$:

$$c_k = f_k(a_{ij}, b_{ij}),\ d_k = \varphi_k(a_{ij}, b_{ij}), \quad k = \overline{1, N}, i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, m_i}, \quad (3)$$

4) Каков этот алгоритм?

Ни одна из сформулированных задач не рассматривалась ранее. Мы даем их решение, основанное на моделировании преобразования $\mathbf{F}$ множеств $A_1, A_2,..., A_n$ в множество B эквивалентной операцией преобразования соответствующих множествам $A_1, A_2,..., A_n$ временных процессов $A_1(t), A_2(t),..., A_n(t)$ в соответствующий множеству B временной процесс $B(t)$ в некотором конечном динамическом автомате-модели. При этом поставленные задачи можно свести к соответствующим задачам теории конечных динамических автоматов, которые решаются с применением разработанных в этой теории методов и математического аппарата [3].

Литература

1. *Серпинский В.* Теория множеств. – М.: Мир, 1960.
2. *Джордж Ф.* Основы кибернетики. – М.: Радио и связь, 1984.
3. *Левин В.И.* Введение в динамическую теорию конечных автоматов. – Рига: Зинатне, 1975.