

ПОВЕДЕНИЕ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Никольский И.М., Куркина Е.С.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
ф-т ВМиК, каф. Вычислительных Методов, Россия, 119889, г. Москва, Ленинские горы, тел.
8(495) 939-40-79, e-mail: HAIFLY@RAMBLER.RU

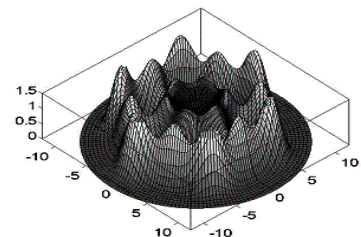
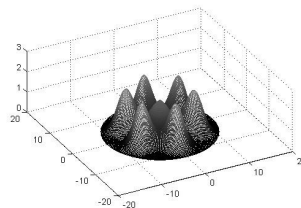
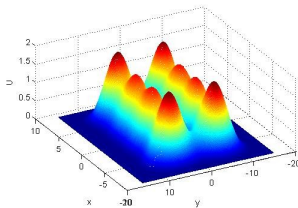
Рассматривается начально-краевая задача для нелинейного уравнения теплопроводности с источником.

$$u_t = \operatorname{div}(u^\sigma \operatorname{grad} u) + u^\beta, \quad u = u(r, \varphi, t) \quad (1)$$

$$ru^\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad u \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (2)$$

$$ru^\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (3)$$

В работах [1]-[3] было построено и исследовано большое количество автомодельных решений задачи (1) – (3) вида $u(r, t) = g(t)\theta(\xi, \varphi)$, $\xi = \frac{r}{\psi(t)}$. Все эти решения обладают сложной архитектурой, имеют осевую либо центральную симметрию (см. рисунок).



В данной работе с помощью конечно-разностного метода исследуется эволюция с течением времени различных решений задачи (1)-(3) $u(r, \varphi, t)$, соответствующих неавтомодельным начальным функциям. Нас будут интересовать $u(r, \varphi, t)$, развивающиеся в *режиме с обострением*. Значение таких решений в начале координат обращается в бесконечность за конечное время (*время обострения*). Большинство решений быстро теряют свою изначальную форму: происходит либо слияние локальных максимумов, либо распад начальной функции на отдельные элементарные структуры с одним максимумом, которые продолжают развиваться независимо друг от друга. Однако замечено, что существуют решения, способные некоторое время (сравнимое со временем обострения) сохранять форму. Такие решения будем называть *метастабильно устойчивыми*. Понятие метастабильности известно и в других областях науки: физике (метастабильные изомеры), биологии (нейронная динамика мозга).

Литература.

1. Курдюмов С.П., Куркина Е.С. Спектр собственных функций автомодельной задачи для нелинейного уравнения теплопроводности с источником // ЖВМиМФ, 2004 г. Т. 44. № 9. С. 1619-1637
2. Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Повещенко и др. Взаимодействие диссипативных тепловых структур в нелинейных средах // Док. АН СССР, 1980, Т.251, №4.
3. Еленин Г. Г., Курдюмов С. П., Самарский А.А. Нестационарные диссипативные структуры в нелинейной теплопроводной среде //Жур. вычислит. Матем. и матем. Физ. 1983, т. 23, № 2, с. 380-390.