О СОЛИТОНАХ РИЧЧИ
С ПОСТОЯННОЙ СКАЛЯРНОЙ КРИВИЗНОЙ

Шелепова В.Н.

Владимирский государственный педагогический университет,
Россия, 600024, г. Владимир, пр. Строителей, 11, vera@vgpu.vladimir.ru

С самоподобным решением уравнений Гамильтона потока Риччи на гладком многообразии *M* (см. [1], стр. 154-156) связано понятие *солитона Риччи* (см. [1], стр. 353), как метрики g_0, удовлетворяющей уравнениям $-2Ric_0 = L_{X_0}g_0 + 2\lambda\, g_0$ для тензора Риччи метрики g_0, некоторого векторного поля X_0 на *M*, производной Ли L_{X_0} по отношению к X_0 и постоянной λ. Для $\lambda = 0$ солитон Риччи называется *устойчивым*, для $\lambda < 0$ – *стягивающимся* и, наконец, для $\lambda > 0$ – *растягивающимся*.

Пусть скалярная кривизна s_0 метрики g_0, определяемая как след оператора Риччи Ric_0^*, является постоянной величиной. Справедлива

Теорема 1. *Пусть* (g_0, X_0, λ) *– солитон Риччи на некомпактном многообразии* M^n $(n \geq 2)$ *с метрикой* g_0 *постоянной скалярной кривизны* s_0. *Если* $s_0 = 0$, *то метрика* g_0 *будет Риччи-плоской, а векторное поле* X_0 *– инфинитезимальной гомотетией. Если же* $s_0 \neq 0$, *то ненулевые* λ *и* s_0 *имеют разные знаки и при этом для*

1) стабильного солитона метрика g_0 *будет Риччи-плоской, а векторное поле* X_0 *– инфинитезимальной изометрией;*

2) стягивающегося солитона $0 < s_0 \leq n|\lambda|$;

3) растягивающегося солитона $-n\lambda \leq s_0 < 0$.

Компактный вариант теоремы 1 формулируется как

Теорема 2. *Для того чтобы на компактном многообразии* M^n $(n > 2)$ *метрика* g_0 *солитона Риччи* (g_0, X_0, λ) *имела постоянную скалярную кривизну, необходимо и достаточно, чтобы сама метрика была эйнштейновой.*

Литература

1. Chow B., Lu P., Ni L. Hamilton's Ricci flow. Graduate studies in mathematics. Vol. 77. American Mathematical Society: Science Press. – 608 p.