

СТРУКТУРНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТРИ-ТКАНИ С КОВАРИАНТНО ПОСТОЯННЫМИ ОСНОВНЫМИ ТЕНЗОРАМИ И ТЕНЗОРОМ КРИВИЗНЫ МИНИМАЛЬНОГО РАНГА.

Пиджакова Л.М., Семилетова Л.В.

Тверской государственный технический университет
Факультет автоматизированных систем
Кафедра информатики и прикладной математики
Россия, 170026, Тверь, наб. Афанасия Никитина, 22,
тел. (0822) 44-91-90

Три-тканью $W(3, r)$ на дифференцируемом многообразии M размерности $2r$ называется совокупность трех гладких слоений λ_a размерности r , которые находятся в общем положении, то есть их слои трансверсальны в каждой точке многообразия.

Поскольку теория тканей имеет обширные физические приложения необходимы примеры тканей в каком-то смысле близких к группам Ли.

Рассмотрен специальный класс многомерных три-тканей с ковариантно постоянными основными тензорами, тензор кривизны которых распадается в произведение одновалентных тензоров:

$$b^i_{jkl} = \mu^i b_j c_k d_l.$$

Такие ткани обозначены W^c .

Доказаны следующие утверждения:

Предложение. Ткани W^c образуют подкласс в классе симметричных тканей.

(Три-ткань, тензор кривизны которой симметричен по всем нижним индексам, называют симметричной.)

В силу последнего предложения тензор кривизны ткани W^c имеет следующее строение:

$$b^i_{jkl} = \mu^i b_j b_k b_l. \quad (1)$$

Лемма. Структурные уравнения ткани с ковариантно постоянными тензорами кривизны и кручения, компоненты тензора кривизны которой имеют специальное строение (1), могут быть приведены к следующему виду:

$$\begin{aligned} d\omega_1^1 &= 0, \quad d\omega_2^1 = 0, \\ d\omega_1^{\hat{i}} &= \omega_1^1 \omega_1^{\hat{i}} + 2a_{1\hat{k}}^{\hat{i}} \omega_1^1 \omega_1^{\hat{k}} + c_{\hat{j}\hat{k}}^{\hat{i}} \omega_1^{\hat{j}} \omega_1^{\hat{k}}, \quad d\omega_2^{\hat{i}} = \omega_2^1 \omega_1^{\hat{i}} - 2a_{1\hat{k}}^{\hat{i}} \omega_2^1 \omega_2^{\hat{k}} - c_{\hat{j}\hat{k}}^{\hat{i}} \omega_2^{\hat{j}} \omega_2^{\hat{k}}, \\ (2) \\ d\omega_1^{\hat{i}} &= c_{\hat{i}}^{\hat{i}} \omega_1^1 \omega_2^1, \\ da_{1\hat{k}}^{\hat{i}} &= c_{\hat{m}\hat{k}}^{\hat{i}} \omega_{\hat{m}}^{\hat{i}}, \end{aligned}$$

причем выполняются соотношения

$$c_{\hat{m}\hat{k}}^{\hat{i}} c^{\hat{m}} = 0. \quad (3)$$

Внешнее дифференцирование уравнений (2) приводит к тождествам, следовательно, рассматриваемый класс тканей задается набором постоянных $c_{\hat{m}\hat{k}}^{\hat{i}}$, $c^{\hat{m}}$, связанных соотношениями (3).