

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА-КОЛМОГорова-ПЕТРОВСКОГО-ПИСКУНОВА

Левченко Е.А.^{1,2}, Трифонов А.Ю.^{1,2}, Шаповалов А.В.^{1,2}

¹Томский политехнический университет, Россия, 634034, Томск, пр. Ленина 30,
Телефон: (3822) 418913, e-mail: levchenkoea@tpu.ru, trifonov@tpu.ru

²Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

Нелокальные версии классического популяционного уравнения Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (ФКПП) используются в моделях реакционно-диффузионных систем с дальним действием. Благодаря нелокальному взаимодействию такие модели способны качественно описывать нелинейные явления, характерные для реакционно-диффузионных систем даже в случае популяций, состоящих из особей одного вида. К таким явлениям можно отнести процесс образования структур, возникающих за счет диффузии, конвекции, роста и нелокальных конкурентных потерь при соответствующем выборе параметров уравнения. В работах, посвященных нелокальным реакционно-диффузионным моделям, различными методами, включая компьютерное моделирование, было показано, что формирование структур возможно в условиях малой диффузии. С другой стороны, в уравнении ФКПП коэффициент диффузии D находится при старших производных. Малость коэффициента при старших производных в уравнении приводит к идее применить к уравнению ФКПП метод квазиклассических асимптотик, хорошо известный в квантовой механике.

В данной работе рассматривается аналитический подход, позволяющий строить квазиклассические асимптотические решения задачи Коши для многомерного нелокального уравнения ФКПП с коэффициентом диффузии D в качестве малого асимптотического параметра. Квазиклассический метод позволяет строить приближенные решения в различных функциональных классах. В данной работе асимптотические решения уравнения ФКПП построены с точностью $O(D^{N/2})$ $N \geq 3$ в классе траекторно-сосредоточенных функций. Отметим, что вопрос о том, на каких временах справедливы построенные квазиклассические асимптотики, нетривиален и заслуживает отдельного исследования. Очевидно, на малых (в некотором смысле) временах эти асимптотики будут справедливы. Чтобы получить некоторое представление о поведении решений на больших временах, в работе разработан метод нахождения асимптотических решений задачи Коши для нелокального многомерного уравнения ФКПП с диффузией и конвекцией при больших временах эволюции T . Функции класса, в котором построены асимптотические решения, обладают свойством: при больших T они с точностью $O(1/T)$ стремятся к полученному точному однородному решению. Общие положения проиллюстрированы примером.

Работа частично поддержана программой повышения конкурентноспособности Томского государственного университета и программой «Наука», контракт № 1.676.2014/ К.