

## О СВОЙСТВАХ ОДНОМЕРНЫХ УНИМОДАЛЬНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ (ОУО)

Бибик Ю.В., Глушков В.Н., Саранча Д.А.

Россия, 119991, Москва, ГСП-1, ул. Вавилова, 40,  
Тел.: (095)1355139. Факс: (095)135 6159, e-mail: [saran@ccas.ru](mailto:saran@ccas.ru)

Существует иллюзия завершенности исследования ОУО. Доказан могучий результат о последовательности смены динамических режимов – «порядок Шарковского» [1]: в классе непрерывных функций при соответствующем изменении параметров системы происходит удвоение периодов циклов, которое сменяется более сложными режимами; наличие цикла периода 3 гарантирует существование циклов любой длины. «Неудачный выбор» сценария изменения параметров привел, при компьютерном исследовании логистического отображения, к выводу об обязательности удвоения периода колебаний при заданном законе изменения параметров.

Для отображения

$$\begin{aligned} X^{t+1} &= 2X^t, & \text{если } X^t < 0.5 \\ X^{t+1} &= 1 - r(X^t - 0.5), & \text{если } 0.5 < X^t < 0.5 + (1/r)d, \\ X^{t+1} &= d, & \text{если } X^t > 0.5 + (1/r)d, \end{aligned}$$

был проведен соответствующий Вычислительный эксперимент. При выборе сценария изменения параметра  $d$  от 1 до 0 ( $r = 0.01$ ) период колебаний менялся в порядке натурального ряда. При этом зоны стабильности, в которых имеется только цикл соответствующего периода отделены зонами со сложными режимами. С увеличением номера зоны полоса нерегулярности становится шире. В этих полосах заключена нерегулярность поведения, подобная полученной для логистического отображения. Отметим, что «ширина областей нерегулярности» может быть сделана как угодно малой при уменьшении параметра « $r$ ». При этом число три (в смысле характеристики периода колебаний) качественно ничем не выделяется от других чисел натурального ряда. На конкретных примерах проведено детальное (аналитическое) исследование. Оно основано на том, что положение равновесия  $A$  разбивает отрезок  $[0, 1]$  на две области:  $[0, A]$  и  $[A, 1]$ . В правой части траектория не может находиться два такта подряд, а в левой части траектория может находиться произвольное число тактов. Количество таких тактов зависит от того каким количеством итераций прообразов положения равновесия отделено положение исследуемой точки в «правой части функции».

Использование особых приемов – построение «линий минимальных циклов», «отображений за положение равновесия», позволило предложить алгоритм определения (предсказания) поведения траекторий на любое конечное число итераций, при любых начальных условиях из области определения рассматриваемого отображения. Несмотря на то, что для любых двух точек можно найти «критическое число итераций», при превышении которого траектории разойдутся, для каждой из них, по предложенному алгоритму, можно рассчитать траекторию.

Работа поддержана РФФИ, проект 07-01-00473.