

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ СПЕКТР ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С КОМПЛЕКСНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Есина А.И.

Московский физико-технический институт, ф-т нанотехнологий и информатики, каф. Математики, Россия, 123098, г. Москва, ул. Максимова д.4, Тел.: 8-905-762-60-18, e-mail: Esina_Anna@list.ru

Рассмотрим уравнение $-\hbar^2 \psi'' + iV(x)\psi = E\psi$, где $V(x) = \cos[x] + \cos[2x]$

Цель этой работы – описание асимптотики при $\hbar \rightarrow 0$ спектра оператора $-\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + iV(x)$ с периодическими условиями $\psi(x + 2\pi) = \psi(x)$.

Результат формулируется в терминах точек поворота и линий Стокса, соответствующих потенциалу $iV(x)$. Точки поворота-точки $x(E)$, удовлетворяющие уравнению $E = iV(x)$ линии Стокса – кривые на комплексной плоскости x , определяемые равенствами

$$\operatorname{Re} \int \sqrt{E - iV(x)} dx = 0$$

Линии Стокса делят комплексную плоскость на области, которые можно объединить в так называемые канонические области ([1]). Спектр оператора

$-\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + iV(x)$ описывается следующим утверждением.

Теорема. 1. При $\hbar \rightarrow 0$ спектр сосредоточен в $O(\hbar^2)$ окрестности множества на комплексной плоскости E , определяемого следующими условиями:

А) Существует конечная линия Стокса, соединяющая две точки поворота $x_1(E)$ и $x_2(E)$

В) Для любой цепочки канонических областей, инвариантной относительно сдвига $x \rightarrow x + 2\pi$ существует область из этой цепочки, содержащая конечную линию Стокса.

2. Пусть E таково, что выполнено условие 1. и для указанной там конечной линии Стокса γ

$$\operatorname{Re} \int_{\gamma} \sqrt{E - iV(x)} dx = \pi \hbar (n + \mu / 2), \text{ где } \mu = 0 \text{ или } 1$$

Тогда в $O(\hbar^2)$ окрестности точки E существует точка спектра оператора

$$-\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + iV(x)$$

Литература

1. Евграфов М.А., Федорюк М.В. Асимптотика решений уравнения $\omega'' - p(z, \lambda) = 0$ при $\lambda \rightarrow \infty$ в комплексной плоскости. - УМН-1966-21, №1-3-50.