

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЦИОНА КУПЛИ В СЛУЧАЕ ПРИТОКА И ОТТОКА КАПИТАЛА В БИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

Ерлыкова А.В.

Томский государственный университет, E-mail: alena-erlykova@yandex.ru

Для биномиальной модели (B,S)-рынка в случае возможного притока и оттока капитала проводится на основе комбинаторного подхода исследование одного вида экзотического опциона купли Европейского типа, когда выплаты по опциону ограничиваются заданной величиной.

Рассмотрим финансовый рынок, в котором обращаются ценные бумаги двух видов - безрисковые и рисковые. Пусть $\{B_0, B_1, \dots, B_N\}$ и $\{S_0, S_1, \dots, S_N\}$ - эволюции цен соответственно безрискового и рискованных активов в промежутке времени $[0, N]$, причем

$$B_{n+1} = \rho B_n, \quad S_{n+1} = \xi_{n+1} S_n, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (1)$$

где $\rho > 1$ - некоторая постоянная, а величины ξ_k могут соответственно принимать только два значения u и d . Очевидно, что, если $\rho = 1 + r$, $r > 0$, то r - это постоянная процентная ставка. Пусть для рискованного актива $u > 1$ - сдвиг цены вверх, а $0 < d < 1$ - сдвиг цены вниз. Будем предполагать $d < \rho < u$, что необходимо для предотвращения арбитража, т.е. получения прибыли без риска [1]. Пусть β_n и γ_n - соответственно количество (доля) безрисковых активов и рискованных активов.

Предполагается, что возможен отток (например, на налоги, операционные издержки, накладные расходы) и приток (например, за счет дивидендов от акций) капитала, который характеризуется величинами $g_n \geq 0$ с $g_0 = 0$, пропорциональными рисковой составляющей капитала с коэффициентом c , т.е. $g_{n+1} = c \gamma_{n+1} S_n$. При этом, если $g_n > 0$, то имеется отток, а если $g_n < 0$, то происходит приток капитала. Тогда суммарная стоимость рискованных и безрисковых активов (капитал) в момент времени $n + 1$ равна $X_{n+1} = \beta_{n+1} B_{n+1} + (1 + c) \gamma_{n+1} S_{n+1}$.

Целью игры на финансовом рынке является достижение равенства $X_N = f(S_N)$, где N - срок исполнения опциона, а $f(\cdot) \geq 0$ - функция выплат.

Рассматривается экзотический опцион купли с функцией выплат

$$f(S_N) = f^c(S_N) = \min\{(S_N - K_1)^+, K_2\}, \quad (2)$$

где S_N - стоимость рискованного актива в момент исполнения опциона N , K_1 - оговариваемая в момент заключения контракта цена реализации рискованного актива в момент исполнения, а K_2 - величина ограничения выплат.

Исследованы основные свойства опциона данного вида, получены формулы для определения его рациональной стоимости, оптимального портфеля, состоящего из рискованных и безрисковых бумаг, а также капитала.