

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ВЕРШИН ПОЛИТОПА РАЗБИЕНИЙ ЧИСЕЛ

Шлык В.А.

Белорусский государственный педагогический университет
Беларусь, 220050, Минск, Советская 18, 375-17-2264480, v.shlyk@gmail.com

В докладе освещаются последние результаты, полученные с использованием предложенного автором полиэдрального подхода к классической задаче о разбиениях чисел [1, 2]. Множество неупорядоченных разбиений натурального числа n рассматривается как политоп (ограниченный многогранник) P_n , являющийся выпуклой оболочкой множества векторов инцидентности всех разбиений $n = x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n$. Ранее была получена характеристика всех фасет политопа P_n . Сейчас основное внимание направлено на описание его вершин.

Предложен неполиномиальный лифтинг-алгоритм построения всех вершин политопа разбиений. Установлен критерий представимости заданного разбиения в виде выпуклой комбинации двух других разбиений. Критерий позволяет указать необходимое условие для вершин политопа и дать точную оценку $(\log(n+1))$ числа различных частей в разбиениях-вершинах. Вершинам политопов разбиений соответствуют введенные в работе мультимножества, родственные известным в аддитивной теории чисел множествам Сидона; на мультимножества Сидона переносятся полученные оценки.

Для описания большинства известных политопов через его вершины необходимо знать полный набор вершин. Результаты работы показывают, что в случае политопа разбиений имеет место необычная ситуация. Арифметическая природа разбиений позволяет избежать вычисления всех вершин P_n , ограничившись поиском небольшого числа вершин, являющихся опорными. Все остальные вершины можно построить из них с помощью двух комбинаторных операций укрупнения частей разбиения. Вопросы о том, как построить множество опорных вершин для заданного n и какова его мощность, остаются пока открытыми. Так же, как и аналогичные вопросы для множества всех вершин P_n .

Литература

1. Шлык В.А. Polytopes of Partitions of Numbers // *European Journal of Combinatorics*, Vol. 26/8, 2005. P. 1139-1153.
2. Шлык В.А. Полиэдральный подход к задаче разбиения чисел // Математика. Компьютер. Образование. Тезисы. Вып. 13. Под ред. Г.Ю. Ризниченко. М.-Ижевск: РХД, 2006. С.37.