

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫХ ОЦЕНОК В СРЕДЕ «MATLAB»

Емец О.Н., Кацюба О.А.

Самарская государственная академия путей сообщения, Россия, 443066, Самара, 1-й
Безымянный пер., 18, E-mail: asoiy@Samuit.ru, track@pochta.ru

Рассматривается задача оценивания параметров следующего разностного уравнения:

$$Z_i + \sum_{m=1}^r b_0^{(m)} Z_{i-m} = \sum_{j=1}^{p_1} \sum_{m=0}^{r_j} a_0^{(m_j)} x_{i-m}^{(j)}, \quad y_i = Z_i + \zeta(i); \quad i = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (1)$$

где $DimX = P_1$

Модель линейного разностного уравнения можно записать в таком виде:

$$A^0(\zeta) Z_i = \sum_{j=1}^{p_1} A_j^0(\zeta) x_i^{(j)}, \quad i = \dots, -1, 0, 1, \dots, \quad y_i = Z_i + \xi(i); \quad \text{где}$$

$$A^0(\zeta) = 1 + b_0^{(1)}\zeta + \dots + b_0^{(r)}\zeta^r, \quad A_j^0(\zeta) = a_0^{(0j)} + \dots + a_0^{(r_jj)}\zeta^{r_j}, \quad r_j \leq r, \quad \zeta - \text{оператор сдвига } \zeta x_i = x_{i-1}$$

Пусть, далее имеют место наблюдения в интервале $[0, \dots, N-1]$, тогда, введя матрицы Тейлора [2] и вектор $x(j) = (x_0^{(j)}, \dots, x_{N-1}^{(j)})$ для N наблюдений модель (1)

можно записать в следующей форме: $A_N^0 = \left| I_N + \sum_{m=1}^r b_0^{(m)} T^{(m)} \right|$; $A_N^0 Z = \bar{A}_N^0 x(p_1)$, $Y = Z + \Xi_N$, где

$$\bar{A}_N^0 = \left| a_0^{(01)} I_N + \sum_{m=1}^{r_1} a_0^{(m1)} T_1^{(m)} : a_0^{(02)} I_N + \sum_{m=1}^{r_2} a_0^{(m2)} T_2^{(m)} : \dots : a_0^{(0p_1)} I_N + \sum_{m=1}^{r_{p_1}} a_0^{(mp_1)} T_{p_1}^{(m)} \right|,$$

$$x(p_1) = \left| x_0^{(1)} \dots x_{N-1}^{(1)} : \dots : x_0^{(p_1)} \dots x_{N-1}^{(p_1)} \right|^T, \quad Y = \left| y_0, \dots, y_{N-1} \right|^T, \quad \Xi_N = \left(\xi(0) \dots \xi_{(N-1)} \right)^T.$$

$$\text{Откуда } Z = A_N^{-1} \bar{A}_N^0 x(p_1), \quad Y = Z + \Xi_N, \quad \Xi_N = Y - A_N^{-1} \bar{A}_N^0 x(p_1).$$

Состоятельность оценок получается из следующего соотношения: (2)

$$\sup_{\left\{ \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right\}} \prod_{i=1}^N \varphi_i \left(y_i - \left[A_N^{-1} \bar{A}_N^0 x(p_1) \right]_{i,1} \right) = \prod_{i=1}^N \varphi_i \left(y_i, \begin{pmatrix} \hat{b}(N, \varphi) \\ \vdots \\ \hat{a}(N, \varphi) \end{pmatrix} \right), \quad \text{где } \varphi_i(\zeta_{(i)}) - \text{плотность распределения помехи}$$

$\xi(i)$. Указанный алгоритм был реализован в среде Matlab.

Для тестирования алгоритма была выбрана модель (1) для разностного уравнения (1) с параметрами: $r:=2, p_1:=2, r_1:=2, r_2:=3$

Результаты тестирования представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты тестирования

Истинные значения	<i>aist01</i>	<i>aist02</i>	<i>aist11</i>	<i>aist12</i>	<i>aist22</i>	<i>bist01</i>	<i>bist02</i>
		1	1.5	1	2	2	1
Полученные значения	<i>a01</i>	<i>a02</i>	<i>a11</i>	<i>a12</i>	<i>a22</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>
	1.081	1.734	0.975	2.293	2.312	0.873	-0.255

По результатам тестирования для модели (1) была найдена погрешность $\sigma = 2.68$.