ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФЛОКЕ-ЛЯПУНОВА В КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Сергеев Г.С.

МФТИ, г. Долгопрудный, sgregory@rambler.ru

Динамика одно и двух-кубитовых квантовых вентилей в представлении взаимодействия описывается системой уравнений вида:

$$\begin{cases} \dfrac{dY}{dt} = \varepsilon AY, \\ Y(0) = E; \end{cases} \tag{1}$$

где ε малый параметр, A гамильтониан системы в представлении взаимодействия, Y оператор эволюции системы. Согласно теореме Флоке-Ляпунова, ([1]), решение системы представимо в виде: $Y(t) = F(t) \cdot e^{Kt}$ (2)

В формуле (2) матрица K - постоянная матрица, определяемая решением уравнения (1) на периоде T системы: $K = \dfrac{1}{T}\ln(Y(T))$ (3)

Матрица F - периодическая матрица, определяемая системой:

$$\begin{cases} \dfrac{dF}{dt} = \varepsilon AF - FK \\ F(0) = E, F(t) = F(t+T). \end{cases} \tag{4}$$

Разлагая матрицы K и F по малому параметру ε , получаем рекуррентные соотношения для матриц $K_i, F_i \ \ i = \overline{0,\infty}$:

$$\begin{cases} \dfrac{dF_0}{dt} = -F_0 K_0, F_0(0) = E, \\ \dfrac{dF_n}{dt} = A \cdot F_{n-1} - \sum\limits_{\nu=0}^{n} F_{n-\nu} \cdot K_\nu, \quad F_n(0) = 0, \ \ n = \overline{1,\infty}. \\ F_i(t+T) = F_i(t), \ \ i = \overline{1,\infty}. \end{cases} \tag{5}$$

Таким образом, оператор эволюции вентиля NOT в нулевом приближении:

$$Y = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\omega_1 t}{2} & i\sin\dfrac{\omega_1 t}{2} \\ i\sin\dfrac{\omega_1 t}{2} & \cos\dfrac{\omega_1 t}{2} \end{pmatrix} \tag{4}$$

А оператор эволюции вентиля CONTROL-NOT в нулевом приближении:

$$\widetilde{R} = \begin{pmatrix} \cos\ (\omega_2 \cdot t_1/2) & i\sin\ (\omega_2 \cdot t_1/2) & 0 & 0 \\ i\sin\ (\omega_2 \cdot t_1/2) & \cos\ (\omega_2 \cdot t_1/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Показано, что теория Флоке-Ляпунова дает возможность с высокой точностью описать динамику ядерных спинов, моделирующих работу простейших квантовых логических вентилей NOT и CNOT. Эти вентили являются составными элементами схемы полномасштабного квантового компьютера.

Литература

[1] *В.А. Якубович, В.М. Старжинский*, Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: «Наука», 1972.