ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНЫЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ

Коганов А. В

Научно-исследовательский институт системных исследований.
Россия, 117218, Москва, Нахимовский п-т, 36, корп. 1, НИИСИРАН,
koganow@niisi.msk.ru

В задачах математической физики часто используется конструкция многомерных чисел, обобщающих комплексные числа. В случае, когда эти алгебры интерпретируются как модель пространства и времени желательно, чтобы они имели ту же группу инвариантности, что и моделируемая механика. Для трехмерного эвклидова пространства эта задача была решена Ульямом РоуэномГамильтоном (1843г) в форме алгебры кватернионов, которая инвариантна относительно геометрических поворотов. Для преобразований Лоренца в четырехмерном пространстве-времени задача не была решена, что приводило к построению моделей, базированных на неадекватных гиперкомплексных числах. Предлагается пятимерный алгебраический модуль с группой инвариантности Лоренца (алгебра пентионов). Он обобщает кватернионы, которые образуют в нем четырехмерную подалгебру. Как и в случае модели трехмерного пространства, дополнительная числовая ось является инвариантом автоморфизмов, что необходимо для всех модулей с единицей. Образующие: $1,t,a,b,c$. Умножение образующих: $1v=v1=v$ для $v=1,t,a,b,c$; $tu=ut=0$ для $u=a,b,c$; $tt=1$; $aa=bb=cc=-1$; $ab=c$, $bc=a$, $ca=b$, $ba=-c$, $cb=-a$, $ac=-b$. В алгебре пентионов действует ослабленная модулярность: $(xa+yb+zc)^{2}=x^2+y^2+z^2$ (квадрат нормы Эвклида на числовой оси); $(st+xa+yb+zc)^{2}=s^2-x^2-y^2-z^2$ (квадрат нормы Минковского). Произведения пары таких пентионов дает на числовой оси их скалярное произведение по Эвклиду и Минковскому, соответственно. Вне тела кватернионов алгебра пентионов не ассоциативна и имеет делители нуля.

Литература.

И. Л. Кантор, А. С. Солодовников. Гиперкомплексные числа. — М.: Наука, 1973, 144 с.