

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС БЕЗ МИСТИКИ

Сидоров С.В.

Московская государственная академия водного транспорта,
Кафедра высшей математики,
Россия, 117105, г. Москва, Новоданиловская наб., 2, корп. 1,
E-mail: sidorovsv@mail.ru

Полвека назад в математике был открыт детерминированный (или динамический) хаос. Это событие оказало сильное влияние и на развитие нелинейной теории, и на мировоззрение исследователей в целом, как математиков и естествоиспытателей, так и представителей гуманитарных наук. За прошедшее с этого момента время опубликовано огромное количество исследований хаотического поведения решений в нелинейных дифференциальных уравнениях, используемых при моделировании самых различных систем: от физико-химических и биологических до социально-экономических. И сегодня подобные исследования не потеряли актуальности.

Что же представляет собой детерминированный хаос, чем вызвана высокая чувствительность решений динамических систем к начальным условиям, является ли хаос типичным свойством больших, в том числе биологических динамических систем или же это следствие вычислительных погрешностей, связана ли сложность хаотического аттрактора со сложностью, с размерностью динамической системы?

В данной работе автор акцентирует внимание на вопросах, которым за частокорол теорий, привлеченных для объяснения природы детерминированного хаоса, не уделялось должного внимания – речь идет о численном эксперименте. В стремлении понять природу динамического хаоса теоретики часто обходили стороной то обстоятельство, что открытие этого явления было сделано в численном эксперименте со всеми вытекающими отсюда последствиями, связанными, в первую очередь, с погрешностями. Ничуть не уменьшая значение, красоту и оригинальность математических теорий динамического хаоса, следует признать, что никакая теория не может, не должна превышать точность эксперимента.

На основании тщательных вычислительных экспериментов автором показано, что природа детерминированного хаоса обусловлена сверхвысокой плотностью траекторий в фазовом пространстве. Такая высокая плотность создается бифуркационным механизмом рождения бесконечно большого числа периодических (и, в определенных случаях, квазипериодических) траекторий, период которых кратен периоду некоторого исходного решения. Данный механизм универсален и имеет место во всех типах нелинейных диссипативных дифференциальных уравнений, включая уравнения в частных производных и уравнения с запаздывающим аргументом. Дано теоретическое обоснование установленного единого механизма перехода к динамическому хаосу в указанных системах дифференциальных уравнений, установлены условия образования динамического хаоса.