МОДЕЛИРОВАНИЕ АДАПТИВНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

Тарабардин М. А.

(Россия, Самара)

Рассматривается задача восстановления сигнала, прошедшего через линейный преобразователь с известной структурой (свертка с известным ядром). Предлагается метод адаптивной настройки обратного линейного преобразователя (поиск подходящего ядра квазиобратного оператора) по критерию минимизации квадратичной формы от разности полученного искаженного сигнала и модельного сигнала, полученного применением к искаженному сигналу гипотетического квазиобратного оператора, а потом — известного искажающего оператора. Для достижения устойчивости в критерий добавляется член учета нормы квазиобратного ядра. Минимизация ведется для среднего значения формы по выборке полученных распределенных сигналов. В машинном эксперименте оценивалась точность получения единичного преобразователя при суперпозиции прямого и гипотетического обратного преобразований. Показано, что при высокой разрядности чисел, образующих полученный сигнал, восстановление устойчиво, но при снижении разрядности возникает неустойчивость и неравномерность восстановления сигнала по частотному спектру.

Восстановлением сигналов называется процедура обработки сигнала на выходе некоторого преобразователя информации, например, канала связи, с целью определения сигнала наиболее близкому по тому или иному критерию входному сигналу преобразователя.

Восстановление сигналов является типичной обратной задачей и относится к классу некорректных задач, при решении которых возникает проблема получения единственного и устойчивого решения.

Рис. 1. Схема преобразования сигнала

На рис. 1. показана схема преобразования сигнала s(t) в сигнал f(t) при прохождении через передающую среду h(t) ($h_{обр}(t)$ – характеристика восстанавливающего фильтра). Сигнал f(t) доступен для измерения, в отличие от генерируемого сигнала s(t). Поиск сигнала s(t) по известным сигналу f(t) и характеристике среды h(t) и является задачей восстановления.

Для решения задачи восстановления в данной работе рассматривается адаптивный восстанавливающий фильтр, структурная схема которого изображена на рис.2.

В адаптивном восстанавливающем фильтре импульсная характеристика квазиобратного фильтра должна вычисляться по критерию минимума следующего функционала

$$\widehat{\xi}_{Г}(t) = \arg\min F\left[\xi_{Г}(t) * h(t) - \xi_{и}(t)\right],$$

$$\xi_{Г}(t) \in \Xi(t),$$

где $\widehat{\xi}_{Г}(t)$ – восстановленный сигнал, $\xi_{Г}(t)$ – входной сигнал канала, $\xi_{и}(t)$ – измеренный (выходной) сигнал канала, $\Xi(t)$ - пространство функций $\xi_{Г}(t)$, а $F\{\bullet\}$- выпуклый функционал, например, норма в квадратичной метрике. С практической точки зрения для реализации более удобен алгоритм, при котором вычислительный блок настраивает восстанавливающий фильтр $\tilde{h}_{в}(\tau)$, где τ – переменная времени, таким образом, чтобы минимизировать средний квадрат ошибки

$$\sigma_в^{\ 2} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=0}^{M} \left[\xi_и(i) - \xi_и(i) * \tilde{h}(i) * h(i) \right]^2 ,$$

где M - число отсчётов сигнала (или период адаптации).

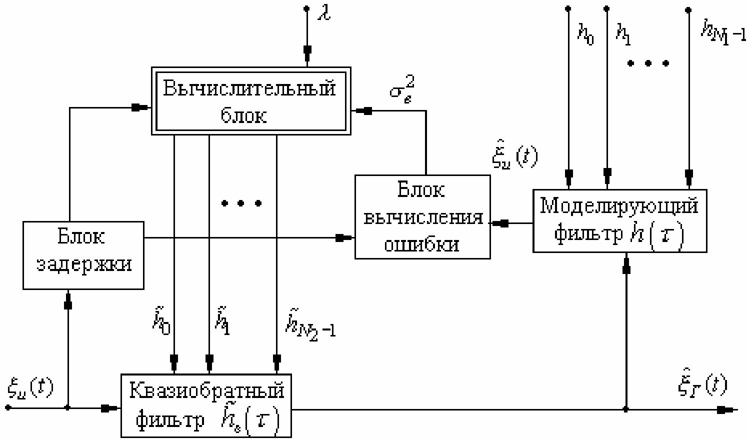


Рис. 2. Структурная схема адаптивного восстанавливающего фильтра

Для расчета параметров (весов) $\widetilde{h}_0, \widetilde{h}_1, ..., \widetilde{h}_{N_2-1}$ квазиобратного фильтра целесообразно применять сравнительно эффективный рекурсивный метод наименьших квадратов. Для получения устойчивого решения оптимизацию по рекурсивному методу наименьших квадратов необходимо производить в условиях ограничений, позволяющих ввести задачу восстановления в класс корректных.

В рассматриваемом адаптивном обратном фильтре целесообразно использовать ограничение, вытекающее из необходимого условия устойчивости фильтра $\tilde{h}_в(\tau)$, т.е. $\sum_{i=0}^{N_2-1} \left| \widetilde{h}(i) \right| < C$.

Тогда в качестве функционалов $F\{\bullet\}$ можно рассматривать следующие выражения:

$$F_{\lambda 1}(\widetilde{h}) = {\sigma_в}^2 + \lambda \sum_{i=0}^{N_2-1} \left|\widetilde{h}(i)\right| \text{ или } F_{\lambda 2}(\widetilde{h}) = {\sigma_в}^2 + \lambda \sum_{i=0}^{N_2-1} \left|\widetilde{h}(i)\right|^2 .$$

Таким образом, вычислительный блок будет управлять квазиобратным фильтром таким образом, чтобы минимизировать функционал вида

$$F_{\lambda 2}(\widetilde{h}) = E\{\sum_{i=0}^{M-1} \left[\xi_и(i) - \xi_и(i) * \widetilde{h}(i) * h(i)\right]^2\} + \lambda \sum_{i=0}^{N_2-1} \left[\widetilde{h}(i)\right]^2 ,$$

например, решая систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F_{\lambda 2}(\widetilde{h})}{\partial \widetilde{h}(0)} = 0 \\ \dfrac{\partial F_{\lambda 2}(\widetilde{h})}{\partial \widetilde{h}(1)} = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{\partial F_{\lambda 2}(\widetilde{h})}{\partial \widetilde{h}(N_2 - 1)} = 0 \end{cases}$$

относительно $\widetilde{h}(i)$. Слагаемое $\lambda \sum_{i=0}^{N_2-1} \left[\widetilde{h}(i)\right]^2$ в функционале играет регуляризирующую (стабилизирующую) роль при нахождении квазирешения $\widetilde{h}_{(0)}, \widetilde{h}_{(1)}, \dots, \widetilde{h}_{(N_2-1)}$. Это слагаемое увеличивает на величину 2λ элементы главной диагонали матрицы $\| h \|$, получаемой при решении системы, а это, как известно, уменьшает число обусловленности *cond h* и улучшает устойчивость решения системы уравнений.

Существенно упростить вычисление параметров квазиобратного фильтра возможно путем реализации выражения

$$\vec{\widetilde{h}}(\gamma) = \vec{\widetilde{h}}(\gamma - 1) + F_{\lambda 2}[\widetilde{h}(\gamma)] \cdot K(\gamma),$$

которое связывает вектора параметров квазиобратного фильтра на последующих $\vec{\tilde{h}}(\gamma+1)$ и предыдущих $\vec{\tilde{h}}(\gamma)$ шагах итерации, K – вектор-столбец коэффициентов усиления.

Рассмотрим результаты предлагаемого подхода для коррекции динамической характеристики некоторого преобразователя. Как уже рассмотрено выше, адаптивная обработка сигналов производится во временной области.

Определить же погрешность восстановления сигналов удобнее в частотной области, т.к. частотная характеристика совокупного тракта «искажающая среда – восстанавливающий фильтр» в идеале должна быть константой, а фазовая частотная характеристика должна быть линейной функцией частоты. Для получения АЧХ совокупного тракта «искажающая среда – восстанавливающий фильтр» было произведено преобразование Фурье свёртки импульсных характеристик искажающей среды и рассчитанного восстанавливающего фильтра. Тогда погрешность восстановления естественно оценить как среднеквадратичное отклонение полученной АЧХ совокупного тракта.

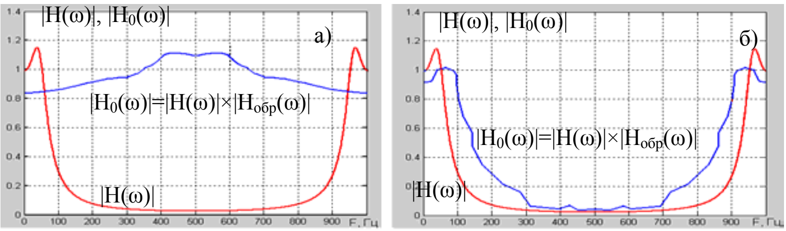
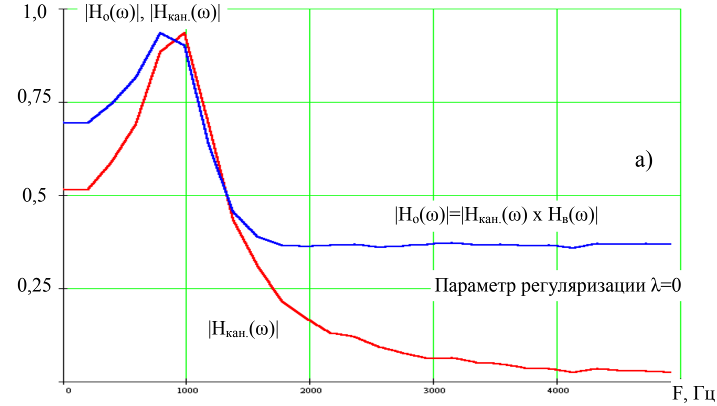


Рис. 3. АЧХ среды, произведение АЧХ среды и АЧХ восстанавливающего фильтра без использования АЦП в модели (а) и с использованием 10-разрядного АЦП (б). Частота дискретизации 1 кГц.

На рис. 3 показаны АЧХ среды и произведение АЧХ среды и АЧХ восстанавливающего фильтра. На рис. 3(а) видно, что при отсутствии АЦП, а следовательно, шумов квантования, решение задачи получается относительно устойчивым, и АЧХ фильтра $|H_0(\omega)|$, не значительно отличается от единицы. При использовании АЦП устойчивость теряется, что приводит к существенной неравномерности характеристики $|H_0(\omega)|$ (рис. 3*б*).

Получение устойчивого решения с использованием алгоритма регуляризации показано на рис. 4.



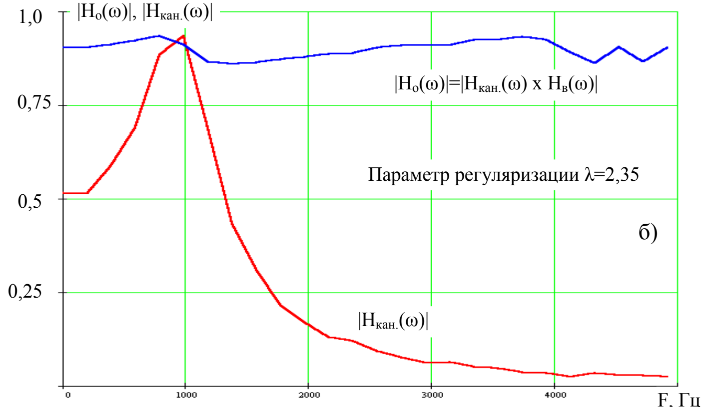


Рис. 4. Примеры моделирования восстановления. Частота дискретизации 27 кГц. Приведенная погрешность задания равна $\delta_{пр} = 1{,}6\%$.

а) неустойчивый режим, неравномерность $|H_o(\omega)|$ равна 38,3%;
б) изменением λ достигнут устойчивый режим, неравномерность $|H_o(\omega)|$ равна 6,3%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов: О редукции к идеальному прибору в физике и технике.- М.: Сов, радио, 1979. -272с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов, 2-е изд.-СПб.: Питер, 2006. Стр. 587-602. -751 с.

MODELING OF ADAPTIVE RECOVERY OF SIGNALS

Tarabardin M. A.

(Russia, Samara)

The problem of restoration of a signal, which is passed through the known linear converter, is investigated. The method of adaptive tuning of inverse linear converter is suggested. It is shown that signal restoration is stable in the case of high-bit-width numbers in the signal. Instability and irregularity of the restoration by the frequency content appears while decreasing the bit-width

.