

МОНОТОННОСТЬ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Галахов Е.И., Салиева О.А.¹

Российский университет дружбы народов, Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, тел.: (495) 952-35-83, E-mail: galakhov@rambler.ru
¹МГТУ “Станкин”, Россия, 127994, Вадковский пер., д. 1, тел.: (499) 972-95-20, E-mail: olga.a.salieva@gmail.com

Пусть $p > 1$. Рассмотрим квазилинейную задачу Дирихле в полупространстве

$$\begin{cases} -\Delta_p u = f(u) & (x \in \mathbb{R}_+^n), \\ u = 0 & (x \in \partial\mathbb{R}_+^n), \end{cases} \quad (1)$$

где $\Delta_p u := \operatorname{div}(|Du|^{p-2}Du)$ с $p > 1$ – оператор p -Лапласа. Отметим, что подобные задачи возникают в математических моделях фазовых переходов [1].

Используя метод пробных функций (см. [2, 3]), мы доказываем следующее утверждение.

Теорема 1. *Предположим, что $u \in W^{1,p}(\mathbb{R}_+^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}_+^n)$ – неотрицательное нетривиальное решение задачи (1) и $f(u)$ удовлетворяет условию*

$$(F) \quad \sup_{x \in \mathbb{R}_+^n} \frac{f(u(x))}{u^{p-1}(x)} < \infty.$$

Тогда существует $\delta_0 > 0$ такое, что $u(x', x_n) \geq u(x', y_n)$ для всех x_n, y_n таких, что

$$0 \leq y_n \leq x_n < \delta_0.$$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 13-01-12460-офи-м и № 14-01-00736) и гранта Президента Российской Федерации НШ-4479.2014.1.

Литература.

1. Savin V. O., Sciunzi B., Valdinoci E. Flat level set regularity of p -Laplace phase transition // *Memoirs AMS*. **182**, 2006. Стр 1-144.
2. Митидиери Э., Похожаев С.И. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных // *Труды МИАН*. **234**, 2003. Стр 1-383.
3. Galakhov E., Salieva O. On blow-up of solutions to differential inequalities with singularities on unbounded sets // *Journ. Math. Anal. and Appl.*, **408**, 2013. Стр 102-113.