

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЦВЕТНЫХ МЕТАЛЛОВ И ИХ СПЛАВОВ

Фомина Е. Е., Жиганов Н. К.

*Статья посвящена проблеме математического моделирования процесса дискретно-непрерывного литья цветных металлов. Разработана программа для моделирования процесса непрерывного вертикального литья цилиндрических заготовок. Исследовано влияние основных технологических параметров на процесс охлаждения непрерывнолитой медной заготовки*

**Введение.** При производстве отливок возникает проблема невозможности принятия эффективного решения из-за недостатка информации об особенностях физических процессов протекающих внутри слитка: гидродинамических, теплопереноса, фазовых переходов и т.д. Они оказывают определяющее значение на его формирование, являются основой при проектировании и управлении процессом непрерывного литья, позволяют минимизировать брак, получать продукцию высокого качества и снизить ее себестоимость.

Экспериментальное изучение этих процессов является трудоемким, дорогостоящим, а зачастую и невозможным. Поэтому, актуальной проблемой сегодня является математическое моделирование и разработка специализированных литейных пакетов, позволяющих с заданной точностью отразить данные физические процессы и с достаточной наглядностью визуализировать процесс непрерывного литья.

Для моделирования и визуализации процесса дискретно-непрерывного вертикального литья цилиндрических заготовок из цветных металлов и их сплавов, принципиальная схема которого приведена на рис. 1, был разработан программно-аналитический комплекс (свидетельство № 2007614353).

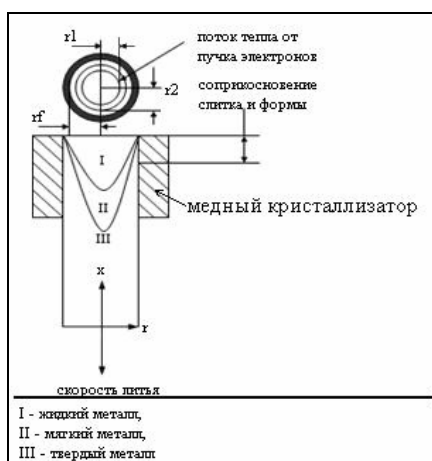


Рис. 1 Схема литья

**Математическая модель.** В основу программы положена математическая модель, включающая уравнение неразрывности (1), количества движения (2), (3), энергии (4), необходимые начальные и граничные условия (5) – (16). Для моделирования турбулентности использовалась RNG  $k-\varepsilon$  модель (17) – (20). Все уравнения системы записаны в цилиндрических координатах [1,3]. Граничное условие по теплопередаче на границе отливка-кристаллизатор учитывает образование зазора вследствие развития объёмной усадки сплава и изменение вследствие этого механизма переноса тепла.

*Уравнение неразрывности:*

$$\frac{\partial r\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho(u + u_{\text{лит}})) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) = 0, \quad (1)$$

где  $u_{\text{лит}}$  – постоянная скорость литья ( $м/с$ ),  $\rho$  – плотность металла ( $кг/м^3$ ),  $u$  – скорость вдоль оси  $Ox$  ( $м/с$ ),  $v$  – скорость вдоль оси  $Or$  ( $м/с$ ),  $r$  – расстояние от оси  $Or$  до текущей точки слитка ( $м$ ),  $x$  – расстояние от оси  $Ox$  до текущей точки слитка ( $м$ ),  $t$  – время ( $с$ ).

*Уравнения движения*

вдоль оси  $Ox$ :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\rho(u + u_{\text{лит}})u) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho uv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r}(r\mu \frac{\partial u}{\partial r}) \right] + Au + \rho g, \quad (2)$$

вдоль оси  $Or$ :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\rho(u + u_{\text{лит}})v) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v^2) \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r}(r\mu \frac{\partial v}{\partial r}) \right] - \frac{2\mu v}{r^2} + Av, \quad (3)$$

где  $p$  – давление ( $кг/м \cdot с^2$ ),  $\mu$  – эффективная вязкость ( $кг/м \cdot с$ ),  $A = -C(1 - \lambda)^2 / \lambda^3$ , с параметром  $\lambda$ , который равен 1 в жидкой, 0 в твердой и меняется линейно с температурой в мягкой зоне,  $C$  – коэффициент Дарси, равен  $10^8$  ( $1/с$ ).

*Уравнение энергии:*

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\rho(u + u_{\text{лит}})\phi) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi) \right] = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(rk \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r}(rk \frac{\partial T}{\partial r}) \right] - \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(r\rho(u + u_{\text{лит}})\Delta H) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\Delta H) \right], \quad (4)$$

где  $c$  – теплоемкость ( $Дж/кг \cdot К$ ),  $t$  – время ( $с$ ),  $\phi$  – энтальпия ( $Дж \cdot К/кг \cdot с$ ),  $T$  – температура ( $К$ ),  $k$  – теплопроводность ( $Вт/м \cdot К$ ),  $\Delta H = \lambda \Delta H_f$  и  $\Delta H_f$  – общая скрытая теплота ( $Дж/кг$ ).

*Граничные условия* по длине слитка задаются в виде следующих дифференциальных уравнений, описывающих тепловой поток на границе:

А) *На боковых стенках* ( $r=R$ )

Если  $T < T_{\text{сол}}$  :

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sigma \varepsilon_{\text{мс}} (T^4 - T_{\text{формы}}^4) \Big|_{r=R}, \quad x \geq (L - L_{\text{формы}}), \quad (5)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sigma \varepsilon_{тв} (T^4 - T_{окр}^4) \Big|_{r=R}, \quad x < (L - L_{формы}), \quad (6)$$

$$u(x; R) = 0, \quad v(x; R) = 0, \quad (7)$$

где  $\sigma$  – константа Стефана-Больцмана ( $5,667 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ ),  $\varepsilon_{тв}$  – излучение на твердой поверхности,  $T_{формы}$  и  $T_{окр}$  – температуры поверхности литейной формы и окружающей среды,  $L$  и  $L_{формы}$  – длины поверхности слитка и литейной формы.

Если  $T \geq T_{сол}$ :

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_c (T - T_{формы}) \Big|_{r=R}, \quad (8)$$

$$u(x; R) = -u_{лит}, \quad v(x; R) = 0, \quad (9)$$

где  $\alpha_c$  – коэффициент теплообмена при соприкосновении формы и слитка ( $\text{Вт/м}^2 \cdot \text{К}$ ).

Б) Нижняя граница формы ( $x = 0$ )

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (10)$$

$$u(0; r) = 0, \quad v(0; r) = 0. \quad (11)$$

В) Верхняя граница формы ( $x = L$ )

Если  $r_1 \leq r \leq r_2$ ,

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = q_{пучка} - \sigma \varepsilon_{жидк} (T^4 - T_{окр}^4) \Big|_{x=L}, \quad (12)$$

где  $q_{пучка}$  – поток тепла от пучка электронов ( $\text{Вт/м}^2$ ),  $\varepsilon_{жидк}$  – излучение жидкости.

Если  $r < r_1$  или  $r_2 < r < r_f$ , где  $r_f$  – внутренний радиус кольца для литья:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = \sigma \varepsilon_{жидк} (T^4 - T_{окр}^4) \Big|_{x=L}. \quad (13)$$

Если  $r_f < r < R$

$$T(L; r_f < r < R) = T_{расплава}, \quad (14)$$

$$\mu \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad 0 \leq r \leq R, \quad (15)$$

$$u(L, r) = 0. \quad (16)$$

RNG  $k - \varepsilon$  модель, описывается следующими уравнениями:

Уравнение турбулентной вязкости

$$\mu_{\text{турбулентная}} = C_{\mu} \rho \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (17)$$

Уравнение турбулентной кинетической энергии  $k$  ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ )

$$\rho k \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{\text{турбулентная}}}{\sigma_k} \nabla k \right) + \mu_{\text{турбулентная}} \Phi - \rho \varepsilon, \quad (18)$$

Уравнение скорости диссипации  $\varepsilon$  ( $\text{м}^2/\text{с}^3$ )

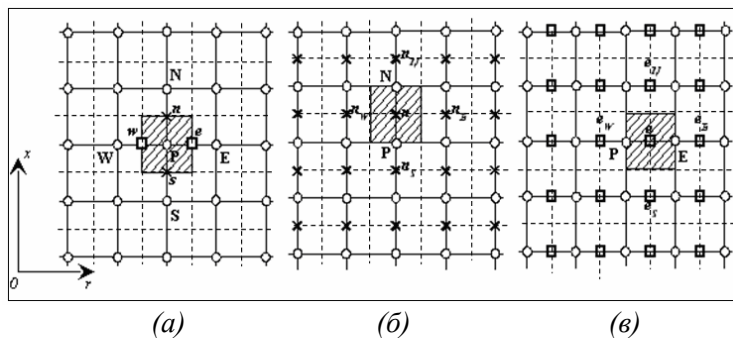
$$\rho \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{\text{турбулентная}}}{\sigma_{\varepsilon}} \nabla \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \mu_{\text{турбулентная}} \frac{\varepsilon}{k} \Phi - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (19)$$

где  $C_{1\varepsilon}=1,44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1,92$ ,  $C_{\mu}=0,09$ ,  $\sigma_k=1$ ,  $\sigma_{\varepsilon}=1,3$ ,  $\Phi$  - тензор вязкости, определяемый по формуле

$$\Phi = 2 \left( 1 + \frac{1}{r^2} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2. \quad (20)$$

Система дифференциальных уравнений дискретизировалась методом конечных объемов [2]. Расчетная область разбивалась на конечное число непересекающихся объёмов так, что в каждом объёме содержится только один узел сетки.

Все дискретные аналоги были построены с использованием равномерной, фиксированной (вычислительные границы ячейки не изменяются при расчете фазового изменения), шахматной сетки, компоненты скорости на которой рассчитываются на гранях контрольных объёмов, а значения давления и температуры – в узловых точках (рис.2).



**Рис. 2** Шахматная сетка

- (а) конечный объем для температуры и давления,
- (б) конечный объем для скорости  $u$ ,
- (в) конечный объем для скорости  $v$

Дискретные аналоги получены путем интегрирования соответствующих уравнений (1-20) по конечному объёму. Интегралы вычислялись с использованием кусочных профилей, описывающих изменение функций между узловыми точками.

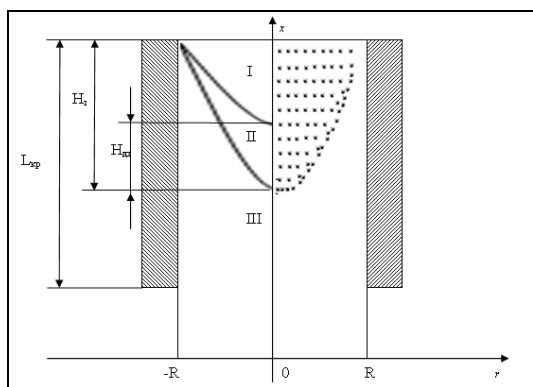
Для коррекции полей давления и скоростей применялся метод нижней релаксации [3]. В основу алгоритма для расчета поля течения положен алгоритм SIMPLER.

Адекватность результатов, полученных с помощью разработанного комплекса устанавливалась путем сопоставления с результатами, полученными в коммерческом CFD пакете *FLOW-3D*<sup>®</sup>, программный код которого многократно тестировался на адекватность экспериментальным данным различных технологических процессов литья включая непрерывное литье. Сопоставление результатов показало расхождение не более 1,2 % [4].

**Вычислительный эксперимент.** Используя разработанный программный комплекс, проведена серия вычислительных экспериментов для выявления степени влияния на условия охлаждения медной заготовки скорости литья – основного технологического параметра, а также расчет для нестационарного процесса.

Процесс вытяжки моделировался с постоянной скоростью  $u_{лит}$  заготовки радиуса  $R$  из кристаллизатора длиной  $L_{кр}$  (см. рис.3). Заливка расплавленного металла в кристаллизатор осуществляется равномерно по всей площади входного отверстия.

Производилось варьирование технологическими параметрами в пределах, реализуемых на производстве и в окрестности такой комбинации этих параметров, при которой экспериментально достигается приемлемая устойчивость процесса к обрыву заготовки при максимальной производительности.



**Рис. 3.** Температурный профиль

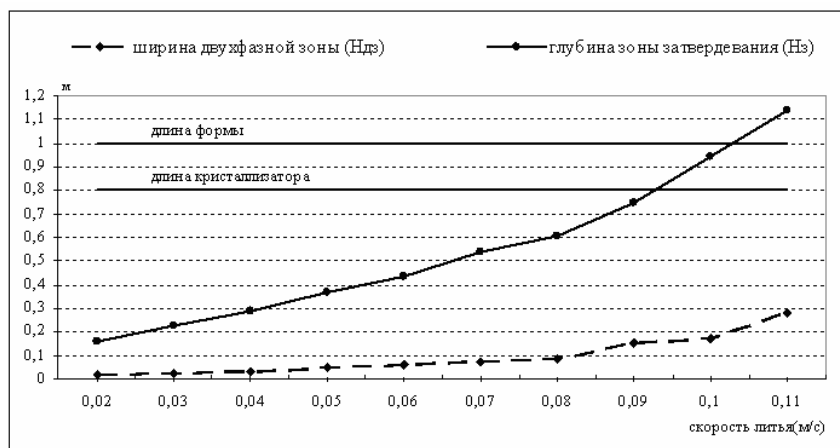
I – жидкий металл, II – мягкий металл, III – твердый металл

Условия затвердевания оценивались двумя параметрами температурного профиля заготовки:  $H_з$  – глубиной зоны затвердевания, которая определяется максимальным расстоянием от верхнего края кристаллизатора до границы затвердевшего металла и  $H_{дз}$  – шириной двухфазной зоны, определяемой максимальным расстоянием между границами жидкого и затвердевшего металла (см. рис. 6).

Значения основных параметров литья задавались следующими: длина кристаллизатора = 0,8 м, размеры слитка –  $L = 1$  м,  $R = 0,1$  м, температура охлаждающей воды в кристаллизаторе 295 К, температура ликвидуса и солидуса – 1357 К, 1346 К, температура заливки расплава в кристаллизатор 1430 К.

В течение всего периода существования непрерывного литья металлурги стремились увеличить скорость литья, а за счет этого - производительность. Скорость литья является важным технологическим параметром, определяющим основные технико-экономические показатели процесса. Поэтому определение ее предельного значения – важнейшая задача [7]. Огромную помощь технологу в этом вопросе может оказать компьютерное моделирование.

На рис. 4 приведены изменение параметров  $H_z$  и  $H_{Oz}$  для различной скорости  $u_{лит}$  в интервале от 0,02 м/с до 0,14 м/с.



**Рис. 4.** Изменение параметров  $H_{Oz}$  и  $H_z$  в зависимости от скорости вытяжки

Анализ данного графика приводит к следующим выводам: с увеличением скорости литья происходит увеличение как глубины зоны затвердевания, так и ширины двухфазной зоны. При этом, при скорости литья, меньшей 0,09 м/с фазовый переход успевает завершиться в зоне кристаллизатора, а при скоростях, больших 0,1 м/с наблюдается следующий эффект: еще не остывший металл выходит из формы.

Из практики известно, что большая глубина зоны затвердевания может отрицательно сказаться на качестве слитка, так как чем меньше отношение твердой фазы к жидкой в момент начала линейной усадки, тем больше грубых наплывов на поверхности слитка следует ожидать. Кроме того, увеличение ширины двухфазной зоны приводит к резкому снижению прочности и пластичности слитка. Также необходимо отметить, что с увеличением скорости литья увеличивается внутренние напряжения и возможность образования трещин в слитке [5].

Таким образом, установленные экспериментально критические значения глубины и ширины, а также результаты компьютерного моделирования помогут технологу выбрать такую скорость литья, при которой достигается максимальная производительность и не нарушается устойчивость процесса.

Вопрос потери устойчивости – достаточно сложен и связан не только с технологическими параметрами, но и с колебаниями этих параметров и различного рода неоднородностями (контакта расплав-кристаллизатор, толщины зазора и т.д.). Однако в первом приближении можно допустить, что устойчивость можно характеризовать геометрическими параметрами температурного профиля, т.е. глубиной и шириной. Следовательно, будут иметь место некоторые критические значения для этих параметров, при увеличении которых устойчивость процесса будет резко снижаться.

Одно и тоже значение глубины и ширины может быть получено различными комбинациями технологических параметров с использованием программного комплекса (рис. 5).

Располагая такими данными и экспериментально установленными критическими значениями ширины и глубины, технолог может в пределах скорости литья и радиуса

заготовки, повышать производительность процесса, при сохранении постоянных значений ширины и глубины и, следовательно, устойчивости процесса к обрыву.

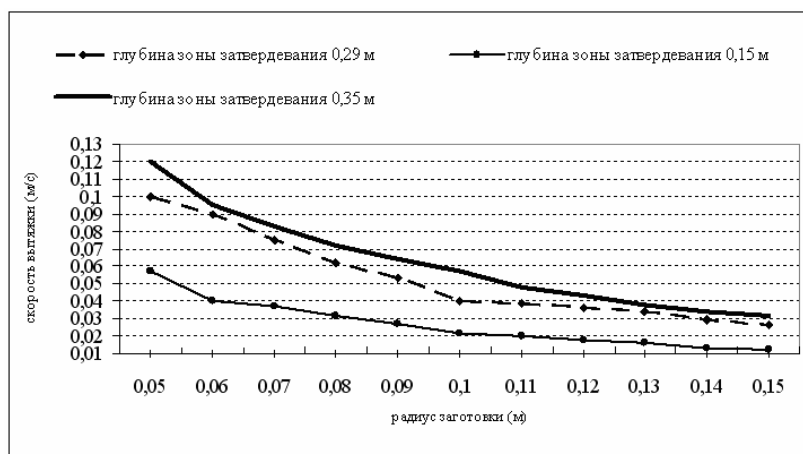


Рис. 5. Графики равного значения глубины зоны затвердевания

Большой практический и теоретический интерес представляет расположение, форма и размеры двухфазной зоны затвердевающего слитка, поскольку именно в ней формируется кристаллическая структура металла и закладываются будущие свойства заготовки. Как показывает опыт и проведенные расчеты, величина этой зоны, а также ее расположение внутри слитка зависят от типа металла и размера заготовки и технологических параметров литья.

Используя компьютерное моделирование, технолог имеет возможность визуализировать процесс литья. Ниже на рис. 6 представлены температурные профили, соответствующие различным сплавам. Как видно из рис.6 наиболее глубокая двухфазная зона у сплава *Al-Cu*. В свою очередь для сплава *Cu-Zn* двухфазная зона практически отсутствует.

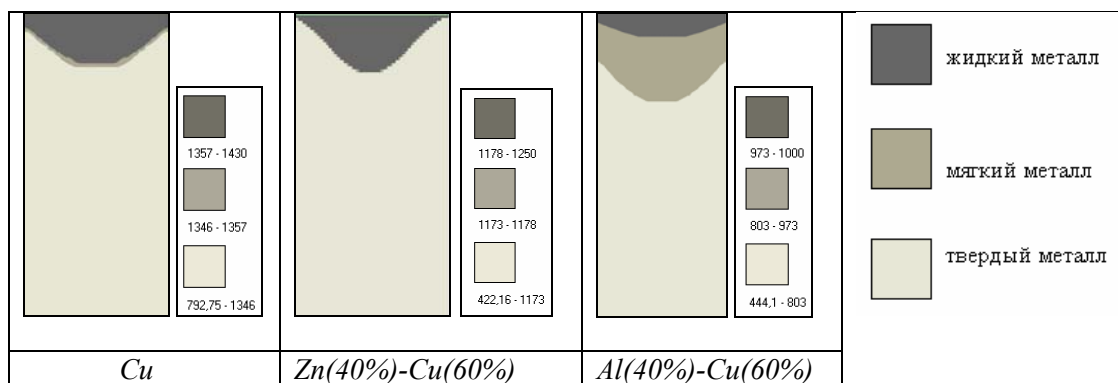
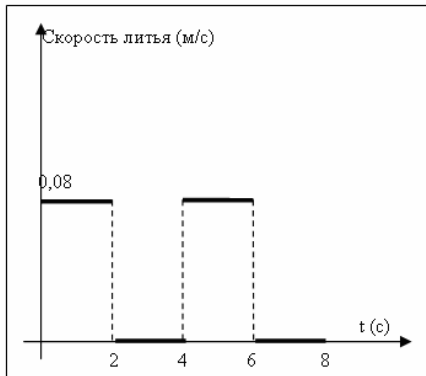


Рис. 6 Охлаждение заготовки при литье меди, сплава *Cu-Zn* и сплава *Al-Cu* (скорость литья 0,02 м/с)

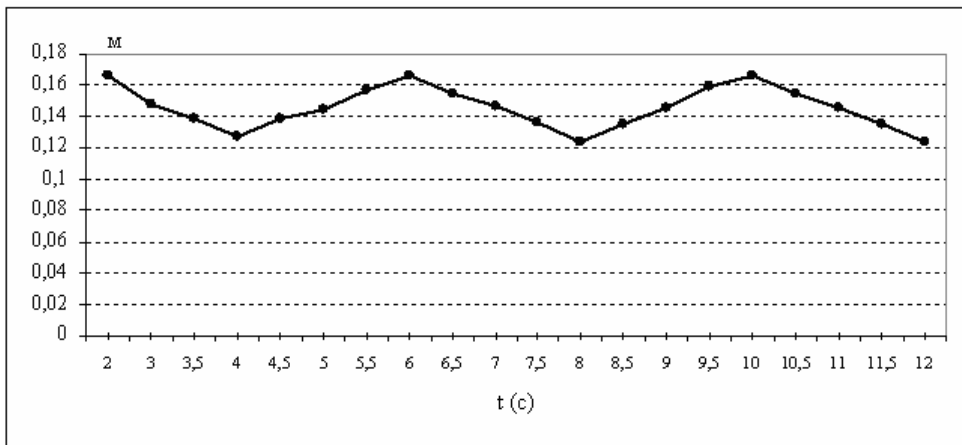
Хотя литье металлов называется непрерывным, на самом деле оно является дискретно-непрерывным, то есть в процессе литья слиток периодически останавливается на некоторое время с тем, чтобы достичь лучшего охлаждения и избежать обрыва заготовки (рис. 7). Кроме того, такой способ литья позволяет повысить суммарную произ-

водительность процесса [6]. Вопрос изменения глубины зоны затвердевания и ширины двухфазной зоны в этом случае является важным.

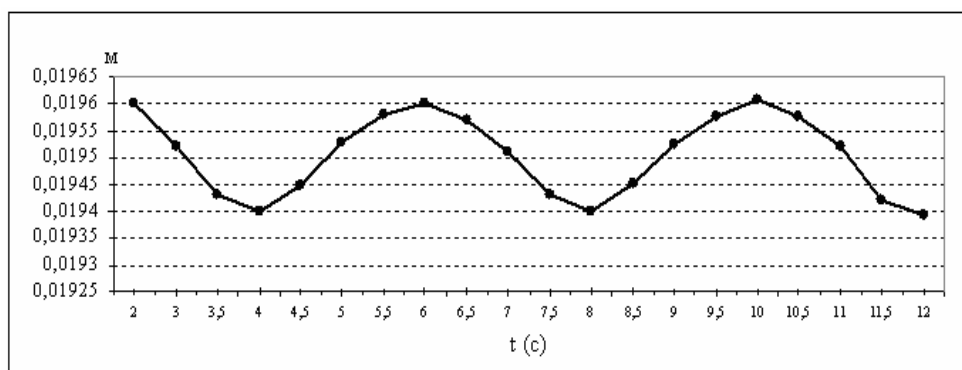


**Рис. 7.** Схема изменения скорости при дискретно-непрерывной вытяжки

По данным температурных профилей были построены зависимости глубины зоны затвердевания и ширины двухфазной зоны от времени. Результаты представлены на рис. 8, 9.



**Рис. 8.** Изменение глубины зоны затвердевания при скорости литья 0,02 м/с



**Рис. 9.** Изменение ширины двухфазной зоны при скорости литья 0,02 м/с



При скорости литья 0,02 м/с остановки слитка приводят к уменьшению, как глубины зоны прогиба, так и ширины двухфазной зоны.

Это подтверждает тезис о том, что остановки способствуют лучшему охлаждению расплава на входе в кристаллизатор и, как следствие, снижают вероятность обрыва заготовки в этой зоне.

Кроме того, как показывают графики, изменение параметров во времени представляется осциллирующими кривыми с периодом 4 секунды и амплитудой, зависящей от скорости вытяжки. Аналогичные кривые могут быть построены для других скоростей вытяжки, а также для вытяжки заготовки вверх. Необходимо отметить, что моделирование показывает отсутствие вертикальной симметрии в осциллирующих кривых и различную форму этих кривых по каждому параметру.

Таким образом, компьютерное моделирование позволяет установить количественные отношения между параметрами и, следовательно, управлять процессом формирования заготовки. Оно может быть использована в производственной практике для решения задач проектирования и оптимизации технологического процесса получения непрерывнолитых заготовок.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shyu W., Wei D.Y., Pang Y.* //ИИМТ, 1992, Vol. 35, № 5, P. 1229-1245
2. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984, 152 с.
3. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х т. - М.: Мир, 1991.
4. *Жиганов Н.К., Вольнов И.Н., Фомина Е.Е.* Моделирование процессов непрерывного литья цветных металлов и их сплавов. Тверь: ТГТУ, 2007, 224 с.
5. *Добаткин В.И.* Непрерывное литье и литейные свойства сплавов. ОБОРОНГИЗ, 1948, 154с.
6. *Шатагин О.А., Сладкоштанов В.Т., Вартазаров М.А.* Горизонтальное непрерывное литье цветных металлов и их сплавов. М., Металлургия, 1974, 175с.
7. *Бровман М.Я.* Непрерывная разливка металлов. - М.: Экомет, 2007. - 484 с.

#### COMPUTER MODELING AND VISUALIZATION OF DISCRETE-CONTINUOUS CASTING OF NONFERROUS METAL AND ALLOYS

**Fomina E. E., Zhiganov N. K.**

*This article is devoted to the problem of mathematical modeling of nonferrous metal casting. Investigation of the influence of main technological parameters on the cooling process of continuously casted copper under down-draw and up-draw*