

ИССЛЕДОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ РОССИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ТИПА «ХИЩНИК–ЖЕРТВА»

Карпова О. В., Андреев В. В.

На основе модели типа «хищник–жертва» исследована динамика социально–экономической системы. Полученные результаты применены для прогнозирования ситуации в нынешней России

Введение. Цель данной работы заключается в исследовании социально–экономической системы России на основе математической модели с учетом данных официальной статистики с 1999 по 2007 годы. В качестве основных факторов и соответствующих им переменных были выбраны показатели, характеризующие развитие производственной сферы и общественной инфраструктуры страны за рассматриваемый период времени. Это такие показатели (см. рис.1), как производство электроэнергии (x_5), показатель уровня жизни населения (x_3), уровень развития производства (x_4), реакция региональных властных структур (x_2), активность государства (x_1). Два последних параметра выступают в качестве главных контролирующих органов и несущих ответственность за развитие всей социально–экономической системы в целом по стране и на местах в частности. Государство (x_1) может воздействовать на развитие производства, доходы населения, производство энергии самостоятельно, а может через региональные органы управления (x_2).

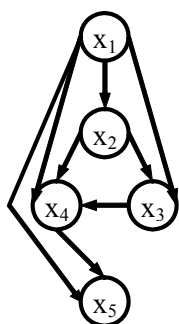


Рис. 1. Взаимоотношения элементов «хищник–жертва»

Математическая модель. Из рис.1 следует, что главный хищник X_1 может уничтожить элементы X_2 , X_3 , X_4 и X_5 . Элемент X_2 является хищником по отношению к элементам X_3 , X_4 и жертвой по отношению к элементу X_1 . Параметр X_3 выступает в роли хищника относительно X_4 и в роли жертвы для X_1 , X_2 . В то же время X_4 питается только элементом X_5 и является жертвой по отношению к X_1 , X_2 , X_3 . В свою очередь элемент X_5 выступает только в роли жертвы. Динамика исследуемой системы выражается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha_1 x_1 + \beta_1 x_1 x_2 + \gamma_1 x_1 x_3 + \delta_1 x_1 x_4 + \varepsilon_1 x_1 x_5, \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\alpha_2 x_2 - \beta_2 x_1 x_2 + \gamma_2 x_2 x_3 + \delta_2 x_2 x_4, \quad \frac{dx_3}{dt} = -\alpha_3 x_3 - \beta_3 x_1 x_3 - \gamma_3 x_2 x_3 + \delta_3 x_3 x_4,$$

$$\frac{dx_4}{dt} = -\alpha_4 x_4 - \beta_4 x_1 x_4 - \gamma_4 x_2 x_4 - \delta_4 x_3 x_4 + \varepsilon_4 x_4 x_5, \quad \frac{dx_5}{dt} = \frac{\alpha_5}{x_5 + \sigma_1} - \beta_5 x_1 x_5 - \gamma_5 x_4 x_5$$

Здесь коэффициенты $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \varepsilon_i, \sigma_i$ могут быть в общем случае зависящими от времени t .

Линеаризовав систему дифференциальных уравнений (1), запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 - \lambda & \beta_1 x_{1\infty} & \gamma_1 x_{1\infty} & \delta_1 x_{1\infty} & \varepsilon_1 x_{1\infty} \\ -\beta_2 x_{2\infty} & \varphi_2 - \lambda & \gamma_2 x_{2\infty} & \delta_2 x_{2\infty} & 0 \\ -\beta_3 x_{3\infty} & -\gamma_3 x_{3\infty} & \varphi_3 - \lambda & \delta_3 x_{3\infty} & 0 \\ -\beta_4 x_{4\infty} & -\gamma_4 x_{4\infty} & \delta_4 x_{4\infty} & \varphi_4 - \lambda & \varepsilon_4 x_{4\infty} \\ -\beta_5 x_{5\infty} & 0 & 0 & -\gamma_5 x_{5\infty} & \varphi_5 - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

В выражении (2) использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -\alpha_1 + \beta_1 x_{2\infty} + \gamma_1 x_{3\infty} + \delta_1 x_{4\infty} + \varepsilon_1 x_{5\infty}, & \varphi_2 &= -\alpha_2 - \beta_2 x_{1\infty} + \gamma_2 x_{3\infty} + \delta_2 x_{4\infty}, \\ \varphi_3 &= -\alpha_3 - \beta_3 x_{1\infty} - \gamma_3 x_{2\infty} + \delta_3 x_{4\infty}, & \varphi_4 &= -\alpha_4 - \beta_4 x_{1\infty} - \gamma_4 x_{2\infty} - \delta_4 x_{3\infty} + \varepsilon_4 x_{5\infty}, \\ \varphi_5 &= -\frac{\alpha_5}{(x_{5\infty} + \sigma_1)^2} - \beta_5 x_{1\infty} - \gamma_5 x_{4\infty}. \end{aligned}$$

Величины $x_{i\infty}, i = 1, 2, \dots, 5$, представляют собой стационарные решения системы уравнений (1), т.е. при $dx_i/dt = 0, i = 1, 2, \dots, 5$.

Определение корней λ характеристического уравнения (2) необходимо, в частности, для того, чтобы определить устойчивость решений исходной модели (1).

Исследование и применение математической модели. Система дифференциальных уравнений (1) совместно с характеристическим уравнением (2) была исследована в пакете MATLAB.

Разработанная модель была применена для анализа социально-экономического состояния России в период с 1999 по 2007 годы и прогнозирования его динамики на ближайшие несколько лет. Начальной точкой данного исследования был выбран 1999 год – первый после дефолта 1998 года. Кризисные моменты в развитии, как правило, соответствуют в той или иной степени распаду прежних и зарождению новых тенденций в социально экономической системе. Кроме того, проведённые ранее авторами исследования периода до 1991 года советской и российской истории показали справедливость предложенного класса математических моделей для этих целей [1]. Поэтому и был выбран в этой работе период времени с 1999 по 2007 годы, чтобы на основе имеющихся данных официальной статистики попытаться спрогнозировать социально-экономическое развитие страны на ближайшие годы.

На рис.2 приведена динамика золотовалютных резервов Российской Федерации в 1998-2007 годах [2]. В предложенной модели (1) этот показатель сопоставляется с переменной x_1 . Это представляется логичным с той точки зрения, что изменение динамики золотовалютных резервов государства отражает отношение последнего к развитию промышленности и сельского хозяйства и к положению граждан страны. За весь рассматриваемый промежуток наблюдается постепенный рост золотовалютных резервов.

Наиболее стремительный прирост данных активов происходит с января 2004 года. К 1 января 2007 года, т.е. за три года данный показатель по стране увеличился почти в 4 раза, перевалив за отметку 300 млрд. долл. В целом за заявленный период золотовалютный фонд России увеличился в 17 раз!

На рис.3 представлен график распределения расходов на межбюджетные трансферты [3-8]. В рамках модели (1) данный показатель сопоставляется переменной x_2 . Такая интерпретация вызвана тем, что распределение расходов на межбюджетные трансферты в определённой мере характеризует уровень взаимоотношений региональных властных структур с центральными органами управления государства. Российская Федерация состоит из субъектов, которые обладают различным бюджетным потенциалом. До 2002 года по данным официальной опубликованной статистики в бюджете Российской Федерации расходы на финансовую помощь бюджетам других уровней специально не предусматривались. С 2002 года в графе исполнение бюджета РФ особое место занимают финансовые перечисления бюджетам субъектов федерации. Как видно из графика объем межбюджетных трансферт за рассматриваемый период в денежном выражении увеличился более чем в 40 раз. С увеличением бюджета страны растут и дотации регионам.

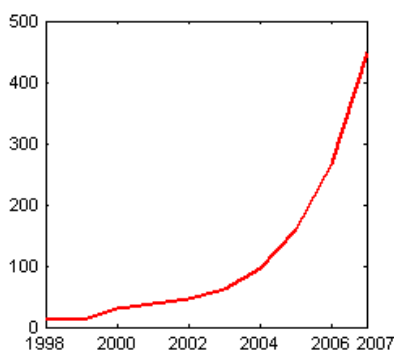


Рис. 2. Золотовалютные резервы Российской Федерации в 1998-2007 гг. (млрд. долл.)

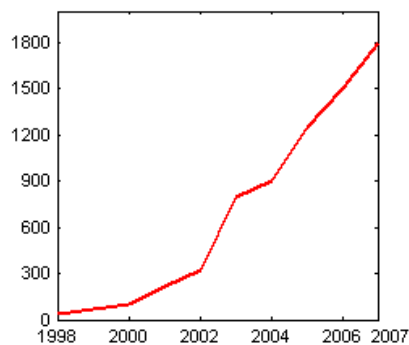


Рис. 3. Расходы на межбюджетные трансферты (млрд.руб.) в РФ с 1998 по 2007 гг.

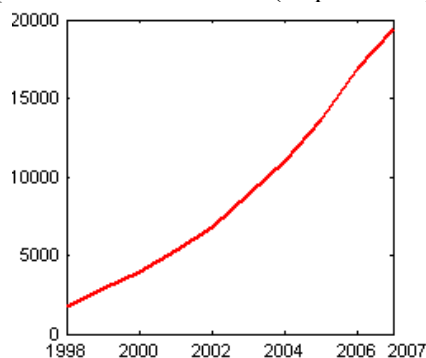


Рис. 4. Рост денежных доходов населения России (млрд.руб.) с 1998 по 2007 гг.

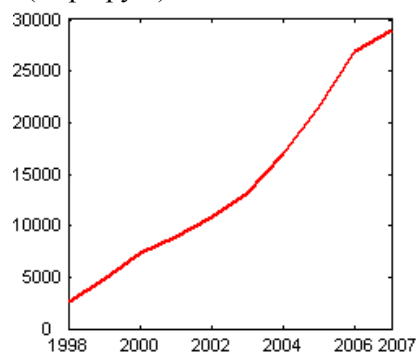


Рис. 5. Валовый внутренний продукт (млрд.руб.) в РФ с 1998 по 2007 гг.

Рост денежных доходов населения России [11, 12] с 1998 по 2007 годы представлен на рис.4 и в модели (1) ему соответствует переменная x_3 . Перелом в росте доходов наступает на рубеже 2003-2004 годов, после которого они начинают расти более высо-

кими темпами. Динамика их роста с 2004 по 2007 годы практически совпадает с аналогичными показателями прироста золотовалютных активов за тот же промежуток времени. За весь анализируемый период (1998-2007 годы) денежные доходы населения увеличились почти в 10 раз. Однако это не означает, что реальное благосостояние населения при этом возросло во столько же раз, потому что здесь не учитывается инфляция.

На рис.5 приведены данные о годовых темпах прироста реального ВВП в России с 1998 по 2007 годы [8], которым в модели (1) соответствует переменная x_4 .

Количество выработанной электроэнергии в России [9, 10] с 1998 по 2007 годы, которому в модели (1) соответствует переменная x_5 , показано на рис.6. Такая интер-

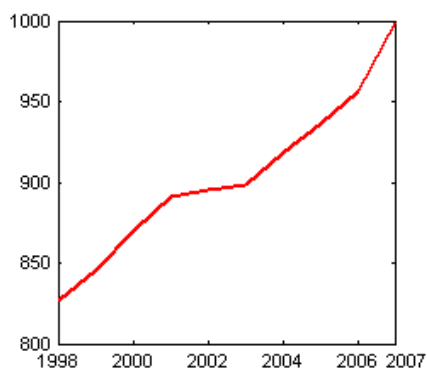


Рис. 6. Количество выработанной электроэнергии в РФ с 1998 по 2007 годы (млрд. кВт*час)

претация вызвана тем, что развитие электроэнергетики определяет во многом уровень промышленного и социального развития страны.

На рис.7 представлены результаты численного решения в пакете MATLAB системы дифференциальных уравнений (1). Здесь по оси абсцисс начало отсчёта сопоставляется с 1998 годом. Параметры модели (1) подобраны так, чтобы на определённом временном интервале зависимости $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, качественно совпадали с соответствующими им статистическими данными, представленными на рис.2–6. Правая граница такого интервала на кривых $x_i(t)$ на рис.2–6 отмечена крестиком. Эта точка соответствует 2007 году, последнему году для которого имеются данные государственной статистики.

Зависимости $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ и $x_5(t)$ для указанного интервала времени с 1998 по 2007 год с соответствующим масштабированием по оси ординат представлены на рис.8. Видно, что зависимости $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, достаточно хорошо согласуются с соответствующими им данными государственной статистики, приведёнными на рис.2–6. Результаты моделирования, представленные на рис.7, показывают, что с течением времени к 2010 году зависимости $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, выходят на режим с обострением. Наступление подобного режима в эволюции системы свидетельствует о том, что те принципы, на основе которых она развивалась, себя исчерпали и система разрушается. Однако, следует иметь в виду, если своевременно принять соответствующие меры, то можно изменить тенденции эволюции социально-экономической системы и не допустить её развала. Здесь следует обратить внимание на параметры модели, при которых зависимости $x_i(t)$ получены. Например, то, что параметр α_4 отрицательный ($\alpha_4 = -0.5$), свидетельствует, что в отсутствие жертвы (X_5) и всех других хищников в системе (см. рис.1) количество элемента X_4 возрастает, т.е. ВВП увеличивается само по себе. Это означает, в частности, что состояние промышленности в системе определяется не развитием наукоёмких технологий, а экспортом нефти и газа. Стоит также обратить внимание также на отрицательные значения коэффициентов β_2 , β_3 , β_5 , γ_1 , γ_4 , γ_5 , δ_2 , ε_1 . Условие $\beta_2 < 0$ означает, что элемент X_2 является хищни-

ком по отношению к X_1 . В то же время параметр β_1 в первом из уравнений в модели (1) остаётся положительным. В результате создаётся странная ситуация, когда центральная власть считает, что она управляет местными органами власти, а те придерживаются диаметрально противоположной точки зрения. Таким образом, центральные органы управления не самостоятельны в принятии решений, а являются заложниками региональных властных структур. Отрицательность параметров γ_1 и β_3 свидетельствует, что элемент X_3 также выступает в роли хищника по отношению к X_1 , т.е. центральное правительство не проводит целенаправленной, научно–обоснованной социальной политики, а лишь периодически «делится» с населением частью доходов от экспорта энергоносителей. Из отрицательности параметров ε_1 и β_5 следует, что элемент X_1 является жертвой по отношению к X_5 . Таким образом, из результатов моделирования получается, что центральная власть полностью существует только вследствие имеющейся ещё возможности экспортировать энергоносители. Отрицательность параметров δ_2 и γ_4 показывает, что X_4 является хищником по отношению к X_2 . Следовательно, региональные власти также реально не влияют на развитие промышленности. Получается, что промышленность (X_4) и производство электроэнергии сосуществуют сами по себе (X_5) без ясного понимания органами управления как их развивать. Такой вывод вытекает из того, что по результатам моделирования получается, что каждый из элементов X_4 и X_5 считает себя хищником относительно другого ($\gamma_5 < 0$, а $\varepsilon_4 > 0$).

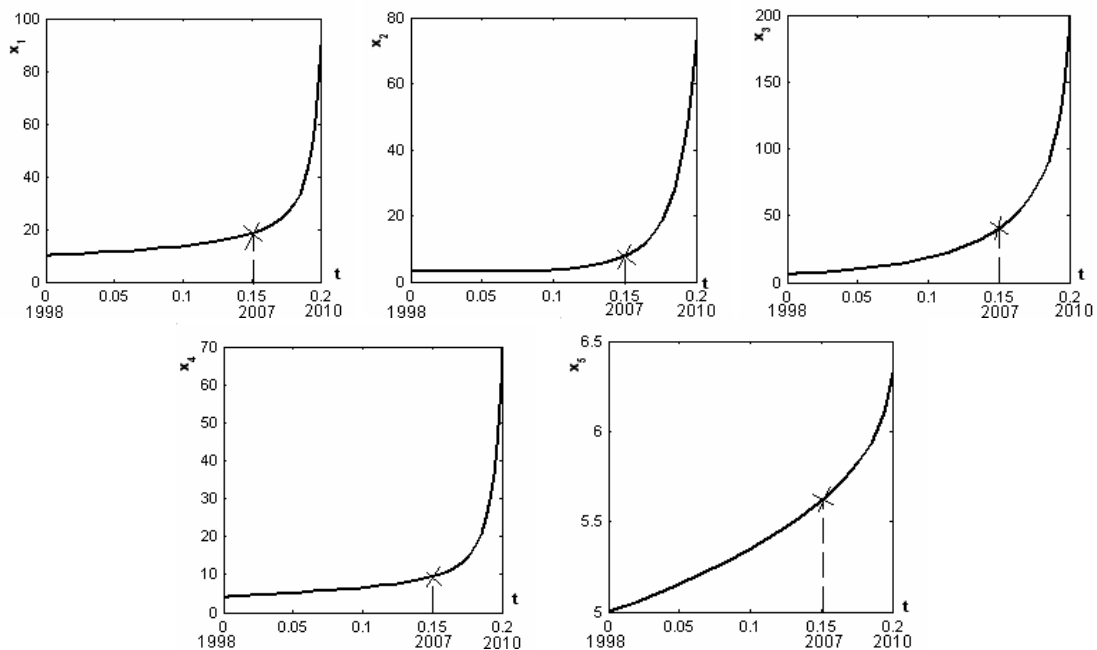


Рис. 7. Зависимости x_i от безразмерного времени t при параметрах $\alpha_1 = 0.01$, $\alpha_2 = 0.1$, $\alpha_3 = 0.5$, $\alpha_4 = -0.5$, $\alpha_5 = 1$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = -0.3$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = 0.1$, $\beta_5 = -0.01$, $\gamma_1 = -0.1$, $\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = 0.1$, $\gamma_4 = -2$, $\gamma_5 = -0.1$, $\delta_1 = 1$, $\delta_2 = -2.3$, $\delta_3 = 0.1$, $\delta_4 = 0.1$, $\varepsilon_1 = -0.8$, $\varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_3 = 3$, $\varepsilon_4 = 0.1$, $\sigma = 0.1$; начальные условия: $x_1(0) = 10$, $x_2(0) = 3$, $x_3(0) = 6$, $x_4(0) = 4$, $x_5(0) = 5$

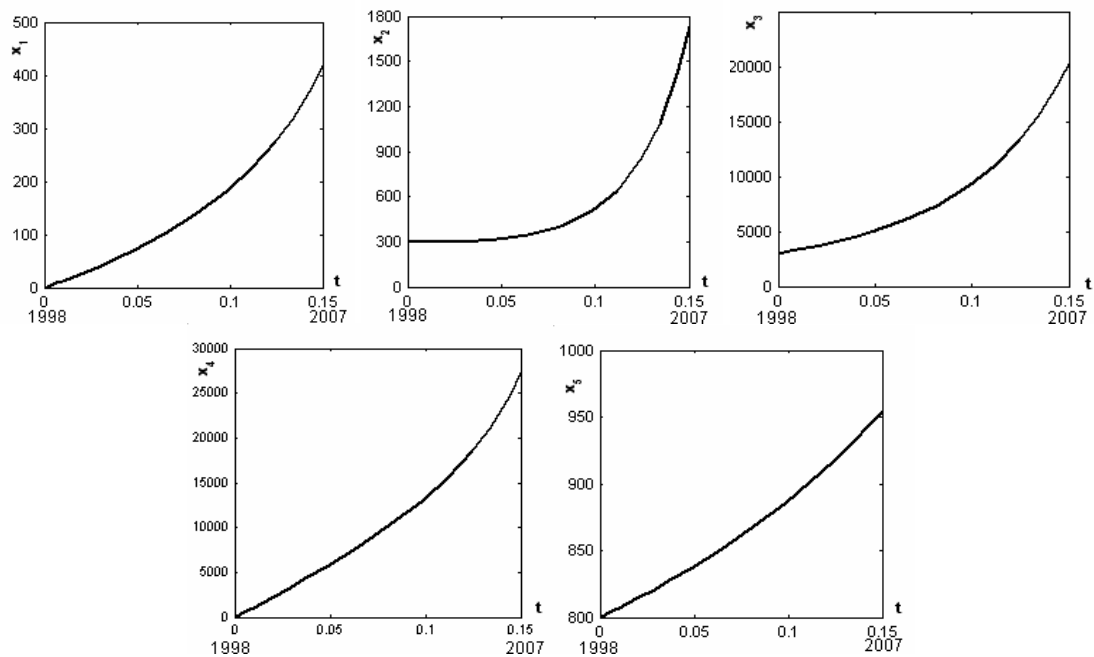


Рис. 8. Зависимости $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, на интервале времени с 1998 по 2007 годы для параметров, перечисленных в подписи к рис.7

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпова О.В., Андреев В.В. Моделирование динамики одной социально–экономической системы на основе модели типа «хищник-жертва» // Математика. Компьютер. Образование: сб. научн. тр. / Том 1. М.-Ижевск: РХД, 2007. С.194–202.
2. Вестник банка России. 2007. №48-49. С.992-993.
3. Российский статистический ежегодник. 2002. М.: Росстат, 2002. 690 с.
4. Российский статистический ежегодник. 2003. М.: Росстат, 2003. 705 с.
5. Российский статистический ежегодник. 2004. М.: Росстат, 2004. 725 с.
6. Российский статистический ежегодник. 2005. М.: Росстат, 2006. 819 с.
7. Российский статистический ежегодник. 2006. М.: Росстат, 2006. 806 с.
8. Россия в цифрах. 2007: Крат. стат. сб. М.: Росстат, 2007. 494 с.
9. Кузьмин В.И., Галуша А.Н. Тенденции выработки электроэнергии в России // Электроснабжение. 2005. №5. С.78–81.
10. Официальный сайт Минпромэнерго РФ // www.minprom.gov.ru.

RESEARCH OF SOCIO-ECONOMIC DYNAMICS IN RUSSIA ON THE BASIS OF “PREDATOR–VICTIM” MODEL

Karpova O. V., Andreev V. V.

Dynamics of socio-economic system is investigated on the basis of “predator–victim” model. Results are applied for forecasting situation in modern Russia